F 1503/4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIII (XXVII)

Fasc. 1–2

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1977

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIII (XXVII)

Fasc. 1—2

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1977

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU, prof. dr. doc. N. V. BOȚAN, prof. dr. ing. GH. CAȘLER, prof. dr. ing. M. GAFIȚANU (președinte), prof. dr. P. MÂLCOMETE, prof. dr. doc. D. MANGERON, prof. dr. ing. T. SILION, acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU, prof. dr. ing. I. VLAD

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

IV. MECANICĂ TEHNICĂ

Conf. dr. ing. PAUL MATEI
Prof. dr. ing. DAVID PERETZ
Prof. dr. ing. C. PICOȘ

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Conf. dr. doc. ing. ALFRED BRAIER (secretar de redacție)
Șef de lucrări ing. I. CONDREA (secretar de redacție adjunct)
Asist. ing ANETA BRAIER (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXIII (XXVII), fasc. 1—2 1977

Secţia IV

MECANICĂ TEHNICĂ

SUMAR

Pag.

C. HUIU, V. LUIS şi TATIANA TĂCU, Aplicaţii ale metodei coordonatelor vectoriale plan-axiale în cinetostatica solidului cu puncte ghidate. (rom., rez. franc.) 7

M. PINTILIE, Comportarea vîsco-elastică a poliamidei 6 bloc. (II) Relaxarea efortului unitar (rom., rez. engl.) 17

M. D. GAFIŢANU, I. BERLEA şi C. R. RACOCEA, Optimizarea dimensională a rulmenţilor cu role. (I) Consideraţiuni teoretice (engl., rez. rom.) 21

V. A. BELÎI, V. E. STARJINSKI şi V. V. MOJAROVSKI (URSS), Determinarea încovoierii dinţilor la roţile dinţate din mase plastice (engl., rez. rom.) . 29

MARCEL GUTMAN şi DAN URSESCU, Măsurarea debitelor de gaz cu consum redus de energie (engl., rez. rom.). 37

GH. CAŞLER şi N. GHERGHEL, Elaborarea structurii sistemului pentru optimizarea principalelor condiţii de lucru la rectificarea electrochimică-abrazivă (rom., rez. germ.) 41

VITALIE BELOUSOV, MIRCEA COZMÂNCĂ, M. SEVERINCU, STAN PANAIT şi EUGEN LIPŞA, O nouă construcţie de freză ROMASCON cu plăcuţe fixate mecanic (rom., rez. franc.) 49

I. CONDREA, BORIS PLĂHTEANU, D. ZETU şi N. GHERGHEL, Schemă hidraulică pentru acţionarea mişcărilor de avans la o maşină de rectificat electrochimic abraziv (rom., rez. franc.) 53

COSTACHE DRUŢU şi SILVIA DRUŢU, Cercetări teoretice şi experimentale asupra oscilaţiilor la rectificarea pe suporţi (engl., rez. rom.). 55

D. ZETU, I. CONDREA, BORIS PLĂHTEANU şi N. GHERGHEL, Elaborarea schemei electrice de automatizare a ciclului de lucru la o maşină de ascuţit electrochimic abraziv (rom., rez. franc.) 63

COSTACHE DRUŢU, Analiza stabilităţii sistemului dinamic cu două reacţii întîrziate, la rectificare (rom., rez. franc.). 69

C. PICOŞ, TRAIAN GRĂMESCU şi LAURENŢIU SLĂTINEANU, Asupra unor posibilităţi de apreciere a prelucrabilităţii prin burghiere (rusă, rez. rom.) 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXIII (XXVII), Fasc. 1—2 1977

Section IV

APPLIED MECHANICS

CONTENTS

Pp.

C. HUIU, V. LUIS et TATIANA TACU, Une application de la méthode des coordonnées vectorielles plane-axiales dans la cinétostatique du rigide avec des points guidés (Romanian, French summary) 7

M. PINTILIE, The Visco-elastic Behaviour of the 6 block Polyamide. (I) The Relaxation (Romanian, English summary) 17

M. D. GAFIŢANU, I. BERLEA şi C. R. RACOCEA, Dimensional Optimization of the Roller Bearing. (I) Theoretical Considerations (English, Romanian summary) 21

V. A. BELY, B. Eu. STARZHYNSKII and V.V. MOZHAROVSKII, On the Determination of Tooth Deflection for Plastic Gear (English, Romanian summary) 29

MARCEL GUTMAN and DAN URSESCU, The Measurement of the Gas Flow Rates with Reduced Consumption of Energy (English, Romanian summary) 37

GH. CAŞLER und N. GHERGHEL, Die Schaffung einer Systemstruktur für die Optimisierung der wichtigsten Arbeitsbedingungen beim elektrochemischen Schleifen (Romanian, German summary) 41

VITALIE BELOUSOV, MIRCEA COZMÂNCĂ, M. SEVERINCU, STAN PANAIT et EUGEN LIPŞA, Une nouvelle construction de fraise ROMASCON avec plaquettes dures (Romanian, French summary) . . 49

I. CONDREA, BORIS PLĂHTEANU, D. ZETU and N. GHERGHEL, Schéma hydraulique pour machine à rectifier d'après le principe électrochimique abrasiv (Romanian, French summary) 53

COSTACHE DRUŢU and SILVIA DRUŢU, Theoretical and Experimental Investigations on the Chatter Vibration in Grinding on Supports (English, Romanian summary) 55

D. ZETU, I. CONDREA, BORIS PLĂHTEANU and N. GHERGHEL, Élaboration du schéma électrique d'automatisation du cycle de fonctionnement d'une machine à affuter d'après le principe électrochimique abrasiv (Romanian, French summary) 63

COSTACHE DRUŢU, Analyse de la stabilité du système dynamique avec deux réactions retardées, à la rectification (Romanian, French summary) . . 69

C. PICOŞ, TRAIAN GRĂMESCU et LAURENŢIU SLĂTINEANU, Sur des posibilités d'aprécier l'ouvrabilité par perçage (Russian, Romanian summary) 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXIII (XXVII), Вып. 1—2 1977

Секция IV

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр

К. ХУЮ, В. ЛУИС и ТАТЬЯНА ТАКУ, Применение методы плоско-аксиальных векториальных координатов в кинематике твердого тела с направляющиами точками. (II) Определение кинематических параметров второго порядка движении твердого тела (рум., рез. франц.) 7

М. ПИНТИЛИЕ, Анализ вискоэластичности полиамида 6 блок. (II) Релаксация (рум., рез. англ.) 17

М. Д. ГАФИЦАНУ, И. БЕРЛЯ и К. Р. РАКОЧА, Оптимизация размеров роликоподшипников. (I) Теоретические вопросы (англ., рез. рум.) 21

В. А. БЕЛЫЙ, В. Е. СТАРЖИНСКИЙ и В. В. МОЖАРОВСКИЙ, Об определении изгиба зубев для пласттмассовых шестерней (англ., рез. рум.) 29

МАРЧЕЛ ГУТМАН и ДАН УРСЕСКУ, Измерение газовых расходов с малым энергетическим расходом (англ., рез. рум.) 37

Г. КАШЛЕР и Н. ГЕРГЕЛ, Разработка структуры система для оптимизация основных условиях работы в электрохимическо-алмазное шлифование (рум., рез. немец.) 41

ВИТАЛИЕ БЕЛОУСОВ, МИРЧЯ КОЗМЫНКЭ, М. СЕВЕРИНКУ, СТАН ПАНАИТ и ЭУДЖЕН ЛИПША, Новая конструкция торцевой фрезы типа **ROMASCON** с твердосплавными пластинками механического крепления (рум., рез. франц.) 49

И. КОНДРЯ, БОРИС ПЛЭХТЯНУ, Д. ЗЕТУ и Н. ГЕРГЕЛ, Гидравлическая схема для электрохимического шлифовального станка (рум., рез. франц.) 53

КОСТАКЕ ДРУЦУ и СИЛВИА ДРУЦУ, Теоретические и экспериментальные исследования колебаний по шлифовании на упорах (англ., рез. рум.) 55

Д. ЗЕТУ, И. КОНДРЯ, БОРИС ПЛЭХТЯНУ и Н. ГЕРГЕЛ, Разработка электрической схемы автоматизации рабочего цикла электрохимического абразивного заточного станка (рум., рез. франц.) . . 63

КОСТАКЕ ДРУЦУ, Анализ устойчивости динамического система двумя запаздыванными реакциями, по шлифовании (рум., рез. франц.) 69

К. ПИКОШ, ТРАЯН ГРЭМЕСКУ и ЛАУРЕНЦИУ СЛЭТИНЯНУ, О возможностях оценки обрабатываемости сверлением (русск., рез. рум.) 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 518.4

APLICAȚII ALE METODEI COORDONATELOR VECTORIALE PLAN-AXIALE ÎN CINETOSTATICA SOLIDULUI CU PUNCTE GHIDATE

II. DETERMINAREA PARAMETRILOR CINEMATICI DE ORDINUL DOI AI MIȘCĂRII SOLIDULUI

DE

C. HUIU, V. LUIS și TATIANA TACU

În aceasta a doua Notă, continuare la [10], se va arăta modul de aplicare a metodei coordonatelor vectoriale plan-axiale la determinarea parametrilor cinematici de ordinul doi $\bar{a}_\sigma$ și $\bar{\varepsilon}$, ai mișcării rigidului cu două puncte ghidate și cu un punct cu mișcare comandată, aceste mărimi fiind necesare stabilirii componentelor torsorului forțelor de inerție corespunzătoare solidului considerat.

Se consideră cunoscute următoarelor date :

Componentele plan-axiale — și deci și vectorii lor reprezentativi — ale acceleraticei punctului B_1 cu mișcare comandată, ales ca pol Q invariabil legat de solid :

$$\bar{a}_Q = \bar{a}_{Q_\Pi} + \bar{a}_{Q_\Delta} \tag{1}$$

respectiv :

$$\bar{a}^r_Q = \bar{a}^r_{Q_\Pi} + \bar{a}^r_{Q_\Delta}. \tag{2}$$

Componentele plan-axiale, respectiv vectorii lor reprezentativi, ai vitezei unghiulare instantanee, determinate în [10] :

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_\Pi + \bar{\omega}_\Delta \tag{3}$$

și :

$$\bar{\omega}^r = \bar{\omega}^r_\Pi + \bar{\omega}^r_\Delta. \tag{4}$$

Componentele plan-axiale ale vectorilor de poziție ai punctelor ghidate B_2 și B_3, în raport cu polul $Q \equiv B_1$, adică :

$$\bar{r}'_\sigma = \overline{QB}_\sigma = \bar{r}'_{\sigma_\Pi} + \bar{r}'_{\sigma_\Delta}, \qquad (\sigma = 2,\ 3) \tag{5}$$

cu vectorii reprezentativi :

$$r'^r_\sigma = \bar{r}'^r_{\sigma_\Pi} + \bar{r}'^r_{\sigma_\Delta}, \qquad (\sigma = 2,\ 3) \tag{6}$$

componentele vectorului de poziție r'_3, ale punctului B_3 situat pe suprafața de ghidare (Σ) fiind determinate din condiția de rigiditate impusă sistemului de puncte $Q \equiv B_1$, B_2 și B_3.

Componentele plan-axiale ale versorului $\bar{\nu}_3$ al normalei în B_3 la suprafața (Σ) :

$$\bar{\nu}_3 = \cos \psi^\nu_3 \bar{\nu}^*_3 + \sin \psi^\nu_3 \bar{u}, \tag{7}$$

$\bar{\nu}_3^*$ fiind versorul proiecției ortogonale pe planul reprezentării a acestei normale înclinată de unghiul ψ_3^{ν} față de planul Π.

Componentele plan-axiale ale versorilor $\bar{\tau}_2$ și $\bar{\nu}_2$, ai tangentei și normalei principale în punctul B_2 la curba spațială de ghidare (Γ_{B_2}), adică:

$$(8)\qquad \begin{cases} \bar{\tau}_2 = \cos\psi_2^{\tau}\,\bar{t}_2 + \sin\psi_2^{\tau}\,\bar{u}, \\ \bar{\nu}_2 = \cos\psi_2^{\nu}\,\bar{\nu}_2^* + \sin\psi_2^{\nu}\,\bar{u}, \end{cases}$$

$\bar{t}_2$ și $\bar{\nu}_2^*$ fiind versorii proiecțiilor ortogonale, pe planul reprezentării, ale acestor direcții, iar ψ_2^{τ} și ψ_2^{ν} fiind unghiurile formate de ele cu planul Π cuprinse între $\frac{\pi}{2}$ și $-\frac{\pi}{2}$ radiani.

Poziția centrului de curbură $K_2(K_{2\Pi}, K_{2\Delta})$ al curbei spațiale de ghidare (Γ_{B_2}) corespunzător punctului B_2, precum și a centrului de curbură $C_2(C_{2\Pi}, C_{2\Delta})$ al proiecției ortogonale $(\Gamma_{B_2^*})$, pe planul reprezentării, a acestei curbe, corespunzător aceluiași punct B_2.

Poziția centrului de curbură $K_3(K_{3\Pi}, K_{3\Delta})$ al curbei de intersecție a suprafeței (Σ) cu planul determinat de normala la suprafața (Σ) și de direcția vitezei punctului B_3.

Rezolvarea problemei propuse în această Notă se va face determinînd mai întîi, prin metoda enunțată, componentele plan-axiale ale accelerațiilor punctelor de ghidare B_2 și B_3 care vor permite apoi, așa cum se va arăta în continuare, să se determine și componentele plan-axiale ale vectorului $\bar{\varepsilon}$.

1. Determinarea accelerațiilor punctelor de ghidare B_2 și B_3. Accelerațiile acestor două puncte vor fi date de relațiile cunoscute:

$$(9)\qquad \begin{cases} \bar{a}_2 = \bar{a}_Q + \bar{\varepsilon} \times \bar{r}_2' + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}_2'), \\ \bar{a}_3 = \bar{a}_Q + \bar{\varepsilon} \times \bar{r}_3' + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}_3'), \end{cases}$$

cu vectorul $\bar{a}_Q$ cunoscut prin datele problemei și cu vectorul $\bar{\omega}$ determinat prin procedeele grafice expuse în lucrările [7] și [10].

Prin cunoașterea componentelor plan-axiale ale vectorului $\bar{\omega}$, în locul punctului B_2, va putea fi ales, la calculul accelerației axipete, punctul B_2^0 de intersecție a suportului vectorului $\bar{\omega}$ — considerat aplicat în punctul B_2 — cu planul Π_Q, paralel cu planul reprezentării Π, scriindu-se:

$$\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}_2') = \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}_2'^0) = (\bar{\omega}\,\bar{r}_2'^0)\,\bar{\omega} - \omega^2 \bar{r}_2'^0,$$

sau încă, separînd componentele plan-axiale:

$$(10)\qquad \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}_2') = [(\bar{\omega}_\Pi \bar{r}_2'^0)\,\bar{\omega}_\Pi - \omega^2 \bar{r}_2'^0] + [(\bar{\omega}_\Pi \bar{r}_2'^0)\,\bar{\omega}_\Delta],$$

aceste componente fiind cunoscute.

În ceea ce privește accelerația de rotație a punctului B_2, se va observa că prin descompunerea vectorului $\bar{\varepsilon}$ — necunoscut —, în două componente ortogonale, una $\bar{\varepsilon}_C$, coliniară cu vectorul de poziție $\bar{r}_2'$ și a doua $\bar{\varepsilon}_n$, normală la acest vector, se va putea scrie:

$$\bar{\varepsilon} \times \bar{r}_2' = \bar{\varepsilon}_C \times \bar{r}_2' + \bar{\varepsilon}_n \times \bar{r}_2' = \bar{\varepsilon}_n \times \bar{r}_2'$$

sau încă, exprimînd acest ultim produs vectorial în componente plan-axiale, mai rezultă :

$$\bar{\varepsilon} \times \bar{r}'_2 = [\bar{\varepsilon}_{n_\Pi} \times \bar{r}'_{2_\Delta} + \bar{\varepsilon}_{n_\Delta} \times \bar{r}'_{2_\Pi}] + [\bar{\varepsilon}_{n_\Pi} \times \bar{r}'_{2_\Pi}]. \tag{11}$$

În baza relațiilor (10) și (11), primei dintre expresiile (9) îi vor corespunde expresiile echivalente în coordonate plan-axiale :

$$\begin{aligned} \bar{a}_{2_\Pi} &= [\bar{a}_{Q_\Pi} + (\bar{\omega}_\Pi \bar{r}'^0_2)\,\bar{\omega}_\Pi - \bar{\omega}^2 \bar{r}'^0_2] + [\bar{\varepsilon}_{n_\Pi} \times \bar{r}'_{2_\Delta} + \bar{\varepsilon}_{n_\Delta} \times \bar{r}'_{2_\Pi}], \\ \bar{a}_{2_\Delta} &= [\bar{a}_{Q_\Delta} + (\bar{\omega}_\Pi \bar{r}'^0_2)\,\bar{\omega}_\Delta] + [\bar{\varepsilon}_{n_\Pi} \times \bar{r}'_{2_\Pi}], \end{aligned} \tag{12}$$

cu termenii din parantezele pătrate cunoscuți.

Proiectînd prima relație pe vectorul de poziție $\bar{r}'_{2\Pi}$, (înmulțind-o scalar cu vectorul $\frac{\bar{r}'_{2\Pi}}{|\bar{r}'_{2\Pi}|}$), se obține și relația :

$$\text{pr}_{\overline{QB}^*_2}\, \bar{a}_{2_\Pi} = \alpha_2 + \frac{\bar{r}'_{2\Pi}\,(\bar{\varepsilon}_{n_\Pi} \times \bar{r}'_{2\Delta})}{|\bar{r}'_{2\Pi}|}, \tag{13}$$

prin α_2 fiind notată proiecția pe vectorul de poziție $\bar{r}'_{2\Pi} = \overrightarrow{QB}^*_2$ a termenului reprezentat prin paranteza pătrată.

Efectuînd în produsul mixt din membrul drept al ultimei relații două permutări ciclice, adică scriind :

$$\text{pr}_{\overline{QB}^*_2}\, \bar{a}_{2_\Pi} = \alpha_2 + \frac{\bar{r}'_{2\Delta}\,(\bar{r}'_{2\Pi} \times \bar{\varepsilon}_{n_\Pi})}{|\bar{r}'_{2\Pi}|} = \alpha_2 - \frac{\bar{r}'_{2\Delta}\,(\bar{\varepsilon}_{n_\Pi} \times \bar{r}'_{2\Pi})}{|\bar{r}'_{2\Pi}|} \tag{14}$$

și eliminînd între această relație și cea de-a doua dintre relațiile (12), produsul dublu vectorial $(\bar{\varepsilon}_{n_\Pi} \times \bar{r}'_{2_\Pi})$, se obține relația :

$$\text{pr}_{\overline{QB}^*_2}\, \bar{a}_{2\Pi} = \alpha_2 + \frac{\bar{r}'_{2\Delta}}{|\bar{r}'_{2\Pi}|}[\bar{a}_{Q_\Delta} + (\bar{\omega}_\Pi \bar{r}'^0_2)\,\bar{\omega}_\Delta] - \frac{\bar{r}'_{2\Delta}\,\bar{a}_{2\Delta}}{|\bar{r}'_{2\pi}|}, \tag{15}$$

cu ultimul termen necunoscut.

Rezolvarea, în continuare, se va face pe baza datelor cinematice și geometrice ale problemei, folosindu-se componentele intrinseci ale accelerației și ținîndu-se seama de următoarele observații, ușor de verificat, (fig. 1) :

1. Componenta plană a vitezei punctului B_2 în mișcarea reală este egală cu viteza proiecției ortogonale B^*_2 a punctului pe planul Π_Q, conținînd polul Q și paralel cu planul reprezentării, adică :

$$\bar{v}_{2_\Pi} = \bar{v}_{B^*_2}. \tag{16}$$

2. Componenta plană a accelerației punctului B_2 în mișcarea reală este egală cu accelerația proiecției ortogonale B^*_2 a punctului pe planul Π_Q, adică :

(17) $$\bar{a}_{2\Pi} = \bar{a}_{B_2^*}.$$

3. Componenta plană a accelerației tangențiale a punctului în mișcarea reală este coliniară cu accelerația tagențială a proiecției ortogonale pe planul reprezentării a punctului B, între valorile lor scalare raportate la versorul $\bar{t}_2$ existînd relația

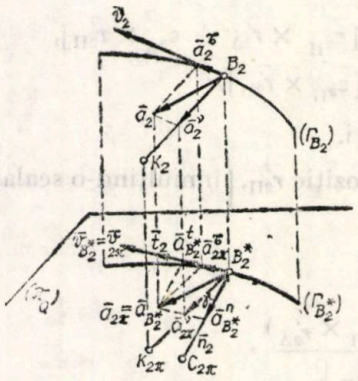


Fig. 1

(18) $$a^{\tau}_{2\Pi} = a^{t}_{B_2^*} - \mathrm{pr}_{\bar{t}_2}\bar{a}^{\nu}_{2\Pi}.$$

4. Proiecția componentei plane a accelerației normale a punctului în mișcare reală, pe normala principală a traiectoriei proiecției ortogonale a punctului pe planul reprezentării este egală cu mărimea accelerației normale din mișcarea proiectată, adică :

(19) $$\mathrm{pr}_{\bar{n}_1}\bar{a}^{\nu}_{2\Pi} = a^{n}_{B_2^*} = a^{\nu}_{2\Pi}\cos\gamma,$$

γ fiind unghiul dintre proiecția normalei principale a curbei reale și normala principală a curbei proiectate.

Din relația evidentă :

$$\bar{a}_2 = a^{\tau}_2\,\bar{\tau}_2 + a^{\nu}_2\,\bar{\nu}_2$$

rezultă, prin proiectare pe axa reprezentării și ținînd seama și de relațiile (8), expresia :

(20) $$a_{2\Delta} = a^{\tau}_2 \sin \Psi^{\tau}_2 + a^{\nu}_2 \sin \Psi^{\nu}_2$$

sau încă, exprimînd valorile scalare ale celor două componente intrinseci în funcție de mărimile componentelor lor plane :

$$a^{\tau}_2 = \frac{a^{\tau}_{2\Pi}}{\cos \Psi^{\tau}_2}; \qquad a^{\nu}_2 = \frac{a^{\nu}_{2\Pi}}{\cos \Psi^{\nu}_2},$$

se mai poate scrie :

(21) $$a_{2\Delta} = a^{\tau}_{2\Pi}\ \mathrm{tg}\ \Psi^{\tau}_2 + a^{\nu}_{2\Pi}\ \mathrm{tg}\ \Psi^{\nu}_2.$$

Înlocuind în ultima relație pe $a^{\tau}_{2\Pi}$ cu expresia (18) și pe $a^{\nu}_{2\Pi}$ cu expresia (19), se obține :

(22)
$$a_{2\Delta} = \left[\frac{a^{n}_{B_2^*}}{\cos\gamma}\,\mathrm{tg}\,\Psi^{\nu}_2 - \mathrm{pr}_{\bar{t}_2}\bar{a}^{\nu}_{2\Pi}\mathrm{tg}\Psi^{\tau}_2\right] + a^{t}_{B_2^*}\mathrm{tg}\,\Psi^{\tau}_2 =$$
$$= \left[\frac{a^{n}_{B_2^*}}{\cos\gamma}\,\mathrm{tg}\,\Psi^{\nu}_2 - \mathrm{pr}_{\bar{t}_2}\bar{a}^{\nu}_{2\Pi}\,\mathrm{tg}\,\Psi^{\tau}_2\right] + \mathrm{pr}_{\overrightarrow{QB_2^*}}\bar{a}^{t}_{B_2^*}\frac{\mathrm{tg}\,\Psi^{\tau}_2}{\cos\delta},$$

unde prin δ s-a notat unghiul format de versorul $\bar{t}_2$ cu vectorul $\bar{r}'_{2\Pi}$.

Prin introducerea acestei expresii în (15), se obține:

$$\mathrm{pr}_{\overrightarrow{QB_2^*}}\bar{a}_{2\Pi}=\beta_2-\frac{r'_{2\Delta}}{|\bar{r}'_{2\Pi}|}\left[\frac{a^n_{B_2^*}}{\cos\gamma}\operatorname{tg}\Psi^{\nu}_2-\mathrm{pr}_{\bar{t}_2}\bar{a}^{\nu}_{2\Pi}\operatorname{tg}\Psi^{\tau}_2\right]- \tag{23}$$

$$-\mathrm{pr}_{\overrightarrow{QB_2^*}}\bar{a}^{t}_{B_2^*}\frac{r'_{2\Delta}}{|\bar{r}'_{2\Pi}|}\frac{\operatorname{tg}\Psi^{\tau}_2}{\cos\delta},$$

cu

$$\beta_2=\alpha_2+\frac{\bar{r}'_{2\Delta}}{|\bar{r}_{2\Pi}|}[\bar{a}_{Q_\Delta}+(\bar{\omega}_\Pi\bar{r}'^{o}_2)\bar{\omega}_\Delta] \tag{24}$$

cunoscut.

Pe de altă parte, prin proiectarea relației (17) scrisă sub forma:

$$\bar{a}_{2\Pi}=\bar{a}_{B_2^*}=\bar{a}^{t}_{B_2^*}+\bar{a}^{n}_{B_2^*}$$

pe direcția vectorului $\overrightarrow{QB_2}=\bar{r}'_{2\Pi}$, rezultă relația:

$$\mathrm{pr}_{\overrightarrow{QB_2^*}}\bar{a}_{2\Pi}=\mathrm{pr}_{\overrightarrow{QB_2^*}}\bar{a}^{t}_{B_2^*}+\mathrm{pr}_{\overrightarrow{QB_2^*}}\bar{a}^{n}_{B_2^*}. \tag{25}$$

Egalarea, între ei, a membrilor din dreapta ai relațiilor (23) și (25), conduce la următoarea expresie pentru termenul $\mathrm{pr}_{\overrightarrow{QB_2^*}}\bar{a}^{t}_{B_2^*}$:

$$\mathrm{pr}_{\overrightarrow{QB_2^*}}\bar{a}^{t}_{B_2^*}=\frac{1}{1+\dfrac{r'_{2\Delta}}{|\bar{r}'_{2\Pi}|}\dfrac{\operatorname{tg}\Psi^{\tau}_2}{\cos\delta}}\left\{\beta_2-\frac{r'_{2\Delta}}{|\bar{r}'_{2\Pi}|}\left[\frac{a^n_{B_2^*}}{\cos\gamma}\operatorname{tg}\Psi^{\nu}_2-\right.\right. \tag{26}$$

$$\left.\left.-\mathrm{pr}_{\bar{t}_2}a^{\nu}_{2\Pi}\operatorname{tg}\Psi^{\tau}_2\right]-\mathrm{pr}_{\overrightarrow{QB_2^*}}\bar{a}^{n}_{B_2^*}\right\}.$$

Cu aceasta, problema determinării accelerației punctului B_2 este ca și rezolvată.

Într-adevăr, cunoscînd centrul de curbură $C_{2\Pi}$ al traiectoriei proiectate și deci și raza de curbură ρ^*_2, precum și viteza punctului B^*_2, ($\bar{v}_{B_2^*}=\bar{v}_{2\Pi}$), se poate calcula accelerația normală în mișcarea proiectată:

$$|a^n_{B_2^*}|=\frac{\bar{v}^2_{2\Pi}}{\rho^*_2}=\overrightarrow{B_2^*G} \tag{27}$$

căreia i se cunoaște și orientarea (după direcția $\overrightarrow{B_2^*C_{2\Pi}}$, (fig. 2)); în modul acesta

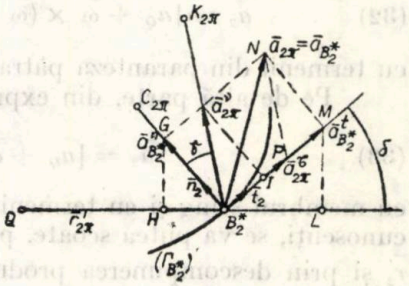


Fig. 2

poate fi găsită atît proiecția acestei componente pe vectorul $\overrightarrow{QB_2^*}$, ($\mathrm{pr}_{\overrightarrow{QB_2^*}}\bar{a}^{n}_{B_2^*}=\overline{B_2^*H}$), cît și componenta plană a accelerației normale din mișcarea reală, $\bar{a}^{\nu}_{2\Pi}$ și deci și proiecția ei pe direcția versorului $\bar{t}_2$, ($\mathrm{pr}_{\bar{t}_2}\bar{a}^{\nu}_{2\Pi}=\overline{B_2^*I}$).

Întrucît toți termenii din membrul drept al relației (26) sînt acum cunoscuți — acest membru putînd fi determinat grafic după procedeele expuse în [3], [4] și [5] — se va putea lua pe suportul vectorului $\bar{r}'_{2\Pi}$, segmentul :

$$\overline{B_2^*L} = \mathrm{pr}_{QB_2^*}\bar{a}^t_{2\Pi} \tag{28}$$

în sensul indicat de semnul acestei proiecții și ducînd apoi perpendiculara în L pe vectorul $\bar{r}'_{2\Pi}$, pînă taie în M suportul versorului $\bar{t}_2$, se va obține vectorul :

$$\overrightarrow{B_2^*M} = \bar{a}^t_{B_2^*}. \tag{29}$$

Ducînd, în fine, perpendiculara în M la suportul versorului $\bar{t}_2$ și perpendiculara în G la suportul versorului $\bar{n}_2$ și unind punctul B_2^* cu punctul N de intersecție a celor două perpendiculare, se va obține și vectorul :

$$\overrightarrow{B_2^*N} = \bar{a}_{B_2^*} = \bar{a}_{2\Pi} \tag{30}$$

ultimul permițînd acum să se determine și vectorul :

$$\overrightarrow{B_2^*P} = \bar{a}^\tau_{2\Pi}, \tag{31}$$

P fiind punctul de intersecție a suportului versorului $\bar{t}_2$ cu paralela dusă din N la dreapta $B_2^*K_{2\Pi}$.

Se înțelege că toate aceste construcții vor fi făcute cu vectorii reprezentativi ai accelerațiilor, la scara adoptată pentru reprezentarea lor.

Tot prin construcții grafice simple va putea fi determinată acum, în baza relației (21) și componenta axială $\bar{a}_{2\Delta}$ a accelerației punctului B_2.

Trecînd la determinarea accelerației punctului $B_2(\bar{r}'_{3\Pi}, \bar{r}'_{3\Delta})$, se va scrie :

$$\bar{a}_2 = [\bar{a}_Q + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}'_3)] + \bar{\varepsilon} \times \bar{r}'_3 = \bar{a}_3^0 + \bar{\varepsilon} \times \bar{r}'_3 \tag{32}$$

cu termenii din paranteza pătrată, notați $\bar{a}_3^0$, cunoscuți.

Pe de altă parte, din expresia accelerației punctului B_2 :

$$\bar{a}_2 = [\bar{a}_Q + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}'_2)] + \bar{\varepsilon} \times \bar{r}'_2 \tag{33}$$

cu membrul stîng și cu termenii din paranteza patrată din membrul drept cunoscuți, se va putea scoate, prin înmulțire vectorial la stînga cu vectorul $\bar{r}'_2$ și prin descompunerea produsului dublu vectorial, expresia lui $\bar{\varepsilon}$ sub forma :

$$\bar{\varepsilon} = \left(\frac{\bar{r}'_2\bar{\varepsilon}}{r'^2_2}\right)\bar{r}'_2 + \frac{\bar{r}'_2 \times [\bar{a}_2 - \bar{a}_Q - \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}'_2)]}{r'^2_2} = \lambda_1\bar{r}'_2 + \bar{\varepsilon}_0, \tag{34}$$

$\bar{\varepsilon}_0$ fiind componenta cunoscută a lui $\bar{\varepsilon}$, reprezentată prin cel de-al doilea termen al relației precedente.

Înlocuirea lui $\bar{\varepsilon}$ în relația (32), conduce la următoarea expresie a acceleraţiei $\bar{a}_3$:

$$\bar{a}_3 = [\bar{a}_3^0 + \bar{\varepsilon}_0 \times \bar{r}_3'] + \lambda_1 \bar{r}_2' \times \bar{r}_3' = \bar{a}_3^* + \lambda_1 \bar{r}_2' \times \bar{r}_3' \tag{35}$$

sau, în componente plan-axiale:

$$\begin{cases} \bar{a}_{2\Pi} = \bar{a}_{3\Pi}^* + \lambda_1 [\bar{r}_{2\Pi}' \times \bar{r}_{3\Delta}' + \bar{r}_{2\Delta}' \times \bar{r}_{3\Pi}'], \\ \bar{a}_{3\Delta} = \bar{a}_{3\Delta}^* + \lambda_1 (\bar{r}_{2\Pi}' \times \bar{r}_{3\Pi}'), \end{cases} \tag{36}$$

$\bar{a}_3^*$ fiind vector cunoscut.

Prima dintre relaţiile (36) arată că extremitatea componentei plane a acceleraţiei punctului B_3 se va găsi pe o dreaptă (Δ_1) din planul Π_Q, trecînd prin extremitatea vectorului cunoscut $\bar{a}_{3\Pi}^*$ şi cu orientarea determinată prin vectorul cunoscut reprezentînd componenta plană a produsului vectorial cunoscut $\bar{r}_2' \times \bar{r}_3'$, (fig. 3).

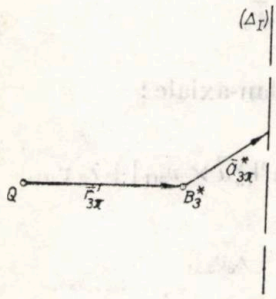


Fig. 3

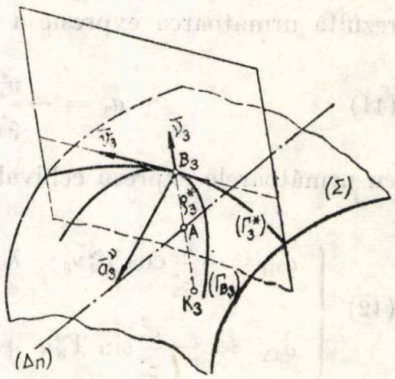


Fig. 4

Pe de altă parte, planul ce conţine acceleraţia punctului B_3 fiind planul osculator al traiectoriei punctului, va conţine tangenta — deci viteza $\bar{v}_3$ a acestui punct şi va intersecta suprafaţa de sprijin (Σ) după o secţiune oblică oarecare (Γ_{B_3}), (fig. 4).

Secţiunea normală (Γ_3^*) a aceleiaşi suprafeţe, cu planul conţinînd viteza punctului B_3 şi normala în B_3 la suprafaţa (Σ), va avea, în acest punct, centrul de curbură K_3 şi raza de curbură ρ_3^*.

Conform proprietăţilor arătate în lucrarea [2], toate acceleraţiile normale posibile ale punctului B_3, corespunzătoare unei viteze date $\bar{v}_3$, vor avea extremităţile situate pe o dreaptă (Δ_n), normală la planul de secţiune normală şi trecînd prin punctul A situat pe normala principală a curbei (Γ_3^*) la distanţa:

$$\overline{B_3A} = \frac{v_3^2}{\rho_3^*} \tag{37}$$

de punctul B_3, (fig. 4), vectorul de poziţie al acestui punct A în raport cu punctul B_3 avînd deci expresia:

$$\bar{r}'_{B_3A} = -\frac{v_3^2}{\rho_3^*}\bar{\nu}_3. \tag{38}$$

Remarcînd apoi că direcția dreptei (Δ_n) este determinată de produsul vectorial $(\bar{\nu}_3 \times \bar{v}_3)$, expresia accelerației normale a punctului B_3 va putea fi scrisă sub forma :

$$\bar{a}_3^{\nu} = -\frac{v_3^2}{\rho_3^*}\bar{\nu}_3 + \lambda_2(\bar{\nu}_3 \times \bar{v}_3). \tag{39}$$

Dacă se mai observă, în fine, că accelerația tagențială a punctului B_3 este coliniară cu viteza acestui punct, putîndu-se scrie :

$$\bar{a}_3^{\tau} = \lambda_3\bar{v}_3, \tag{40}$$

rezultă următoarea expresie a accelerației punctului B_3 :

$$\bar{a}_3 = -\frac{v_3^2}{\rho_3^*}\bar{\nu}_3 + \lambda_3(\bar{\nu}_2 \times \bar{v}_3) + \lambda_3\bar{v}_3, \tag{41}$$

cu următoarele expresii echivalente în coordonate plan-axiale :

$$\begin{cases} \bar{a}_{3\Pi} = -\dfrac{v_3^2}{\rho_3^*}\cos\Psi_3^{\nu}\bar{\nu}_3^* + \lambda_2[\cos\Psi_3^{\nu}\bar{\nu}_3^* \times \bar{v}_{3\Delta} + \sin\Psi_3^{\nu}\bar{u} \times \bar{v}_{3\Pi}] + \lambda_3\bar{v}_{3\Pi}, \\ \bar{a}_{3\Delta} = -\dfrac{v_3^2}{\rho_3^*}\sin\Psi_3^{\nu}\bar{u} + \lambda_2[\cos\Psi_3^{\nu}\bar{\nu}_3^* \times \bar{v}_{3\Pi}] + \lambda_3\bar{v}_{3\Delta}. \end{cases} \tag{42}$$

Egalînd între ele expresiile (36) și (42) ale componentelor plan-axiale ale accelerației punctului B_3, rezultă relațiile :

$$\begin{cases} \left[\bar{a}_{3\Pi}^* + \dfrac{v_3^2}{\rho_3^*}\cos\Psi_3^{\nu}\bar{\nu}_3^*\right] + \lambda_1[\bar{r}'_{2\Pi} \times \bar{r}'_{3\Delta} + \bar{r}'_{2\Delta} \times \bar{r}'_{3\Pi}] - \\ \quad - \lambda_2[\cos\Psi_3^{\nu}\bar{\nu}_3^* \times \bar{v}_{3\Delta} + \sin\Psi_3^{\nu}\bar{u} \times \bar{v}_{3\Pi}] - \lambda_3\bar{v}_{3\Pi} = 0, \\ \left[\bar{a}_{3\Delta}^* + \dfrac{v_3^2}{\rho_3^*}\sin\Psi_3^{\nu}\bar{u}\right] + \lambda_1(\bar{r}'_{2\Pi} \times \bar{r}'_{3\Pi}) - \lambda_2[\cos\Psi_3^{\nu}\bar{\nu}_3^* \times \bar{v}_{3\Pi}] - \lambda_3\bar{v}_{3\Delta} = 0. \end{cases} \tag{43}$$

Scoțînd din ultima relație pe :

$$\lambda_3 = \frac{\left[a_{3\Delta}^* + \dfrac{v_3^2}{\rho_3^*}\sin\Psi_3^{\nu}\right] + \lambda_1|\bar{r}'_{2\Pi}||\bar{r}'_{3\Pi}|\sin(\bar{r}'_{2\Pi}, \bar{r}'_{3\Pi}) - \lambda_2(\cos\Psi_3^{\nu}|\bar{v}_{3\Pi}|)\sin(\bar{\nu}_3^*, \bar{v}_{3\Pi})}{v_{3\Delta}} \tag{44}$$

și înlocuind în prima dintre relațiile (43), aceasta va lua forma :

$$\bar{a}^{*}_{3\Pi}+\frac{v_3^2}{\rho_3^{*}}\cos\Psi_3^{\nu}\bar{\nu}_3^{*}-\frac{a^{*}_{3\Delta}+\frac{v_3^2}{\rho_3^{*}}\sin\Psi_3^{\nu}}{v_{3\Delta}}\bar{v}_{3\Pi}+\lambda_1\Big[\bar{r}'_{2\Pi}\times\bar{r}'_{3\Delta}+\bar{r}'_{2\Delta}\times\bar{r}'_{3\Pi}+$$

$$+\frac{|\bar{r}'_{2\Pi}||\bar{r}'_{3\Pi}|\sin(\bar{r}'_{2\Pi},\bar{r}'_{3\Pi})}{v_{3\Delta}}\bar{v}_{3\Pi}\Big]-\lambda_2\Big[\cos\Psi_3^{\nu}\bar{\nu}_3^{*}\times\bar{v}_{3\Delta}+ \tag{45}$$

$$+\sin\Psi_3^{\nu}\bar{u}\times\bar{v}_{3\Pi}+\frac{\cos\Psi_3^{\nu}|\bar{v}_{3\Pi}|\sin(\bar{\nu}_3^{*},\bar{v}_{3\Pi})}{v_{3\Delta}}\bar{v}_{3\Pi}\Big]=0,$$

adică, o relație de forma :

$$\bar{\alpha}_0+\lambda_1\bar{\alpha}_1+\lambda_2\bar{\alpha}_2=0 \tag{46}$$

cu toți vectorii $\bar{\alpha}_0$, $\bar{\alpha}_1$ și $\bar{\alpha}_2$ cunoscuți.

Construcția triunghiului vectorial corespunzător sumei precedente — folosindu-se și acum vectorii reprezentativi ai accelerațiilor — va permite determinarea componentelor $\lambda_1\bar{\alpha}_1$ și $\lambda_2\bar{\alpha}_2$ și cu aceasta și a scalarilor λ_1 și λ_2.

Revenirea la relațiile (36) va permite, în fine, determinarea componentelor plan-axiale ale accelerației punctului B_3.

Cu aceasta, se poate trece și la determinarea parametrilor cinematici de ordinul doi, $\bar{\varepsilon}$ și $\bar{a}_\sigma$, ai rigidului considerat.

În acest scop, relației (34), cu notația nouă $\bar{\varepsilon}_0=\bar{\varepsilon}_{02}$, i se va asocia relația analoagă, corespunzătoare accelerației $\bar{a}_3$, adică se va considera sistemul :

$$\begin{cases}\bar{\varepsilon}=\left(\dfrac{\bar{r}'_2\bar{\varepsilon}}{\bar{r}'^2_2}\right)\bar{r}'_2+\dfrac{\bar{r}'_2\times[\bar{a}_2-\bar{a}_Q-\bar{\omega}\times(\bar{\omega}\times\bar{r}'_2)]}{\bar{r}'^2_2}=\mu_2\bar{r}'_2+\bar{\varepsilon}_{02},\\ \bar{\varepsilon}=\left(\dfrac{\bar{r}'_3\bar{\varepsilon}}{\bar{r}'^2_3}\right)\bar{r}'_3+\dfrac{\bar{r}'_3\times[\bar{a}_3-\bar{a}_Q-\bar{\omega}\times(\bar{\omega}\times\bar{r}'_3)]}{\bar{r}'^2_3}=\mu_3\bar{r}'_3+\bar{\varepsilon}_{03}\end{cases} \tag{47}$$

cu expresiile corespunzătoare în componente plan-axiale :

$$\begin{cases}\bar{\varepsilon}_\Pi=\mu_2\bar{r}'_{2\Pi}+\bar{\varepsilon}_{02\Pi},\\ \bar{\varepsilon}_\Delta=\mu_2\bar{r}'_{2\Delta}+\bar{\varepsilon}_{02\Delta}\end{cases} \tag{48}$$

și :

$$\begin{cases}\bar{\varepsilon}_\Pi=\mu_3\bar{r}'_{3\Pi}+\bar{\varepsilon}_{03\Pi},\\ \bar{\varepsilon}_\Delta=\mu_3\bar{r}'_{3\Delta}+\bar{\varepsilon}_{03\Delta}.\end{cases} \tag{49}$$

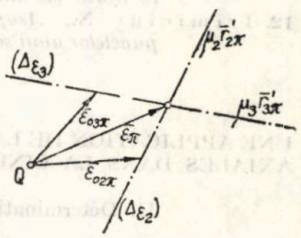


Fig. 5

Primele relații din aceste sisteme permit determinarea componentei plane a vectorului accelerație unghiulară cu ajutorul a două drepte, $(\Delta_{\varepsilon 2})$ și $(\Delta_{\varepsilon 3})$, locuri geometrice ale extremităților acestui vector, (fig. 5) și deci și a componentelor $\mu_2\bar{r}'_{2\Pi}$ și $\mu_3\bar{r}'_{3\Pi}$ ale ei și cu aceasta a factorilor de coliniaritate μ_2 și μ_3; cunoașterea acestora va permite apoi

să se determine și componenta axială a vectorului accelerație unghiulară, folosindu-se cea de-a doua dintre relațiile (48) sau (49).

În ceea ce privește parametrul cinematic $\bar{a}_\sigma$, el va fi determinat prin cunoașterea vectorului $\bar{\varepsilon}$, după procedeele indicate în lucrarea [9].

Primită la 4 decembrie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de geometrie descriptivă și desen

BIBLIOGRAFIE

1. Braier A., Antoniu M., *Asupra unui aspect al distribuției vitezelor și accelerațiilor în mișcarea solidului rigid.* Bul. Inst. polit. Iași, **II(VI)**, *3—4* (1956).
2. Federhofer K., *Graphische Kinematik und Kinetostatik des starren räumlichen Systems.* Julius Springer, Wien, 1928.
3. Huiu C., Irimiciuc N., Ibănescu I., *Quelques applications de la géométrie représentative plane-axiale dans la présentation graphique de l'algèbre vectorielle.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVI(XX)**, *3—4*, s. **I** (1970).
4. Huiu C., Irimiciuc N., Neagu G., *Une nouvelle présentation graphique de la théorie des vecteurs glissants.* (I) *Caractéristiques plane-axiales d'un système de vecteurs glissants.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVII (XXI)**, *1—2*, s. I (1971).
5. Huiu C., Neagu G., Irimiciuc N., *Une nouvelle présentation graphique de la théorie des vecteurs glissants.* **(II)** *Réduction des vecteurs glissants.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVII (XXI)**, *3—4*, s. **I** (1971).
6. Huiu C., Rusu E., Irimiciuc N., *Quelques applications de la géométrie représentative plane-axiale dans la cinématique graphique spatiale.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVIII (XXII)**, *1—2*, s. **I** (1972).
7. Huiu C., Rusu E., Irimiciuc N., *La méthode des coordonnées vectorielles plane-axiale dans la détermination des vitesses dans le mouvement général du solide rigide.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVIII (XXII)**, *3—4*, s. I (1972).
8. Huiu C., *Unele aspecte grafice plan-axiale ale problemelor de determinări de distribuții de viteze și de accelerații în mișcarea spațială a rigidului.* (I) *Distribuția de viteze.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXI (XXV)**, *3—4*, s. IV (1975).
9. Huiu C., *Unele aspecte grafice plan-axiale ale problemelor de determinări de distribuții de viteze și de accelerații în mișcarea spațială a rigidului.* (II) *Distribuția de accelerații.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXII (XXVI)**, *1—2*, s. IV (1976).
10. Huiu C., Buțurcă E., Tacu T., Luis V., *Aplicații ale metodei coordonatelor vectoriale plan-axiale în cinetostatica solidului cu puncte ghidate.* **(I)** *Determinarea parametrilor cinematici de ordinul întîi ai mișcării solidului.* Bul. Inst. polit. Iași, **XX (XXIV)**, *3—4*, s. I (1974).
11. Irimiciuc N., Kleper I., *Aplicarea metodei grafice a coordonatelor vectoriale cilindrice în teoria mecanismelor și mașinilor.* Bul. Inst. polit. Iași, **III (VII)**, *3—4* (1957).
12. Irimiciuc N., *Asupra unor aspecte grafice ale distribuțiilor vitezelor și accelerațiilor punctelor unui solid în mișcare generală.* Bul. Inst. polit. Iași, **IV (VIII)**, *1—2* (1958).

UNE APPLICATION DE LA MÉTHODE DES COORDONNÉES VECTORIELLES PLANE-AXIALES DANS LA CINÉTOSTATIQUE DU RIGIDE AVEC DE POINTS GUIDÉS

II. Détermination des paramètres cinématiques de deuxième ordre

(Résumé)

Dans cette seconde Note, on indique les procédés graphiques basés sur la notion de coordonnées vectorielles plane-axiales, pour déterminer la distribution des accélérations dans le mouvement spatial d'un rigide avec deux points guidés — B_2 sur une courbe spatiale (Γ_{B_2}) et B_3 sur une surface (Σ) — tandis qu'un de ces points, $B_1 \neq Q$, a un mouvement commandé, compatible avec les liaisons.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 532.135

COMPORTAREA VÎSCO-ELASTICĂ A POLIAMIDEI 6 BLOC

II. RELAXAREA EFORTULUI UNITAR

DE

MARIA PINTILIE

1. Introducere. În piesele constituite din materiale elăsto-vîscoase (solide cu proprietăți vîscoase), supuse unei deformații constante, la o temperatură constantă, apare fenomenul de micșorare a efortului unitar numit *relaxare*.

În scopul completării datelor obținute la fluaj [4], în lucrare se prezintă studiul relaxării efortului unitar prin solicitare la tracțiune în condiții de temperatură ambiantă (adică 20° —22°C) și umiditate normală.

2. Studiul experimental. Studiul experimental s-a efectuat respectîndu-se normele ASTM.D 674—1961. Încercările s-au făcut la o mașină universală INSTRON tip CM, care a permis încărcarea epruvetei cu lungiri constante în timp și înregistrarea automată pe un grafic a curbei *forță—timp*.

Epruvetele au fost confecționate din materialul livrat de către Uzina de fibre sintetice Săvinești.

S-au fixat cinci trepte de încărcare, care să creeze eforturi unitare cuprinse în domeniul optim de folosire al materialului, corespunzătore deformațiilor specifice :

$$\varepsilon_0 = 6 \cdot 10^{-3},\ \varepsilon_0 = 8 \cdot 10^{-3},\ \varepsilon_0 = 11 \cdot 10^{-3},\ \varepsilon_0 = 14 \cdot 10^{-3},\ \varepsilon_0 = 16 \cdot 10^{-3}.$$

Curbele medii de relaxare a efortului unitar pentru cele cinci trepte de încărcare sînt arătate în fig. 1.

Se constată că la toate treptele de încărcare, în primul minut apare o scădere importantă a efortului unitar. Astfel, de la valoarea σ_0, efortul unitar ajunge la valoarea σ_1 (fig. 2).

Procesul de relaxare a efortului unitar se desfășoară mai întîi cu viteză ridicată, o perioadă de 8 —15 minute, în funcție de treapta de încărcare, după care viteza relaxării scade, ajungînd la valori foarte mici.

Este important faptul că durata procesului de relaxare în poliamida 6 bloc este foarte scurtă pentru eforturi unitare pînă la $\sigma = 170$ daN/cm^2, în condiții de temperatură a camerei.

Forța de compresiune, creată la îndepărtarea lungirii inițiale, a dat naștere prin deformații elastice unui efort unitar σ_3 (fig. 2).

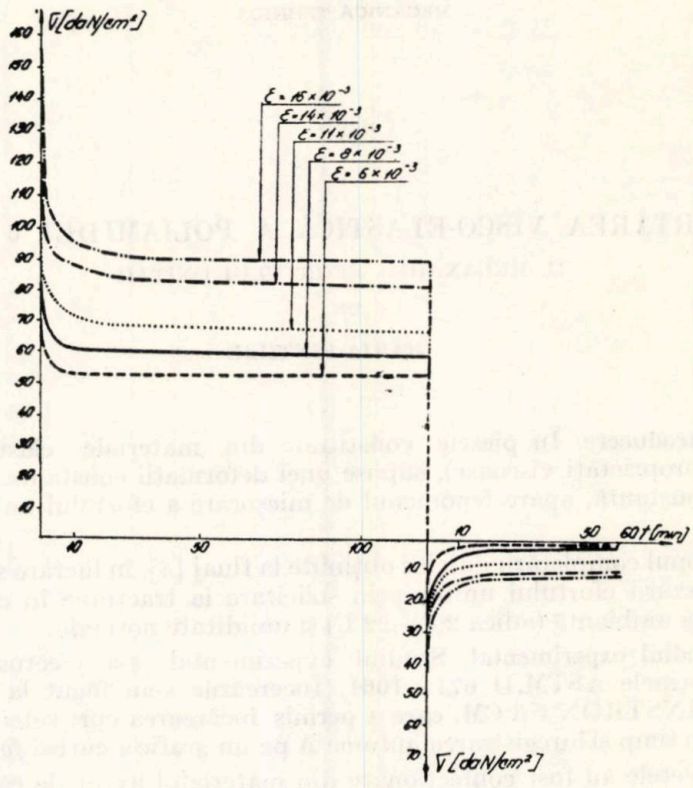

σ[daN/cm²]
ε = 15 × 10⁻³
ε = 14 × 10⁻³
ε = 11 × 10⁻³
ε = 8 × 10⁻³
ε = 6 × 10⁻³
t[min]
σ[daN/cm²]

Fig. 1

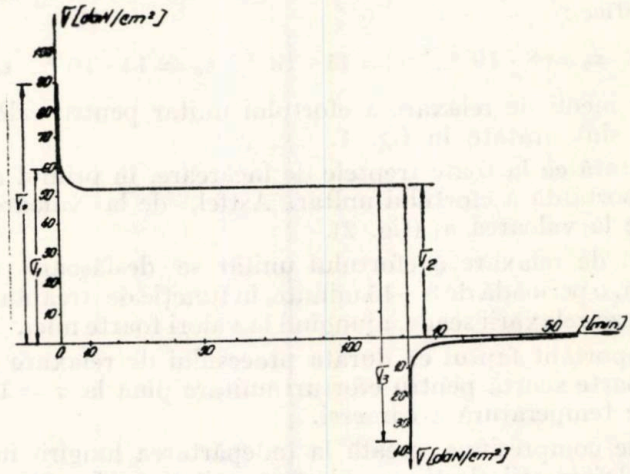

σ[daN/cm²]
σ0
σ1
σ2
σ3
[min]
σ[daN/cm²]

Fig. 2

Prin îndepărtarea instantanee a lungirii, în material se produce o transformare a stării de întindere (σ_2) într-o stare de compresiune, corespunzătoare valorii $\sigma_2 - \sigma_3$, care se anulează în timp prin deformații reversibile elastic întîrziate.

În tabelul 1 se dau cîteva valori ale efortului unitar, rezultate din încercările de relaxare, necesare folosirii materialului.

Tabelul 1

Efortul unitar σ [daN/cm^2] \ Deformația impusă ε_0		6.10^{-3}	8.10^{-3}	11.10^{-3}	14.10^{-3}	16.10^{-3}
Inițial	σ_0	90	105	122	150	168
La 1 minut	σ_1	50	67	81,2	101,3	111,9
Final	σ_2	52	57,1	66,4	82,8	89,8
Recuperat la descărcare	σ_3	87	99,6	113,6	137,5	161
Pierdut prin deformații plastice	$\sigma_0 - \sigma_3$	3	5,4	8,4	12,5	17

Modulul de relaxare, definit de raportul între efortul unitar și deformația specifică impusă, dat de relația

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0}, \tag{1}$$

variază cu încărcarea ; cu cît deformația impusă este mai mare, cu atît modulul de relaxare scade (fig. 3). Acest fapt confirmă neliniaritatea în comportarea elasto-vîscoasă a materialului.

S-a determinat cristalinitatea pe probe luate din epruvete care au fost supuse la relaxare și s-a constatat că aceasta s-a modificat în urma solicitării. Astfel, pentru o alungire $\delta_0 = 0{,}7$ mm ($\varepsilon_0 = 14 \cdot 10^{-3}$), cristalinitatea materialului a crescut de la 27,6% la 31,15%. Modificarea cristalinității produsă de schimbările structurale duce la comportarea neliniară a materialului.

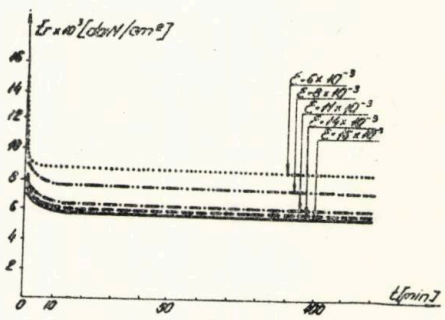


Fig. 3

3. Concluzii. În această lucrare cît și în cea indicată la bibliografie [4] se dau date orientative asupra limitelor de deformabilitate, cît și asupra micșorării capacității pieselor confecționate din poliamida 6 bloc.

Se recomandă folosirea acestui material în piese de mică solicitare, ce alcătuiesc sisteme constructive supuse la solicitări statice pe timp îndelungat, unde metalul este utilizat constructiv.

Primită la 21 septembrie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de rezistența materialelor

BIBLIOGRAFIE

1. Бартенев Г., Зеленев Ю., *Процесы механической реляксации в полимерах*. Механика полимеров, *1*, 30—48 (1969).
2. Бартенев Г., Зеленев Ю., *Механизмы реляксационных процесов в полимерах*. Механика полимеров, *1*, 107—125 (1975).
3. Ferry J. D., *Viscoelastic Properties of Polymers*. John Wiley and Sons, Inc., New York—London, 1961.
4. Pintilie M., *Comportarea vîscoelastică a poliamidei 6 bloc.* (I). *Fluajul*. Bul. Inst. polit. Iași, **XXII (XXVI)**, *3—4*, s. IV (1976).

THE VISCO-ELASTIC BEHAVIOUR OF THE 6 BLOCK POLYAMIDE

II. The Relaxation

(Summary)

In this article the results obtained at relaxation, useful to the management of the material, are given. The material has a nonlinear behaviour on account of the fact that some modifications of structure are produced during the deformation process.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 621.822.6

DIMENSIONAL OPTIMIZATION OF THE ROLLER BEARING

I. THEORETICAL CONSIDERATIONS

BY

M. D. GAFIŢANU, I. BERLEA and C. R. RACOCEA

1. Introduction

Particular economical effects have imposed various research activities concerning the reliability of the machine components of the railway vehicles, including that of the radial roller bearings.

The railway vehicles bearings are, generally, under almost an constant and known load, important fact of their dimensional optimization.

Roller bearings may have a linear contact between roller and raceway. A linear contact on infinite length being impossible in practice, the construction of linear contact bearings has certain modifications. Through some of the modifications have a relative support — theoretically and experimentally — they do not outline general, rigorous and, at the same time, advantageous solutions.

Systematizing these constructive modifications, the following possibilities result : a. Rolling bodies modifications ; b. Raceways modifications.

A roller is generally formed through the rotation of an arc of a circle, of radius R, ($R = \infty$ in the cylindrical rollers and R of a finite length in the spherical rollers) around its own axis of symmetry. Starting from the two basic forms of cylindrical (Fig. 1 *a*) or spherical (Fig. 1 *b*) rollers, the following constructive modifications have been put into practice, so far : tapered extremities (Fig. 1.1) ; rounded extremities, without junction (Fig. 1.2) ; rounded extremities, with junction (Fig. 1.3) ; frontal releases (Fig. 1.4).

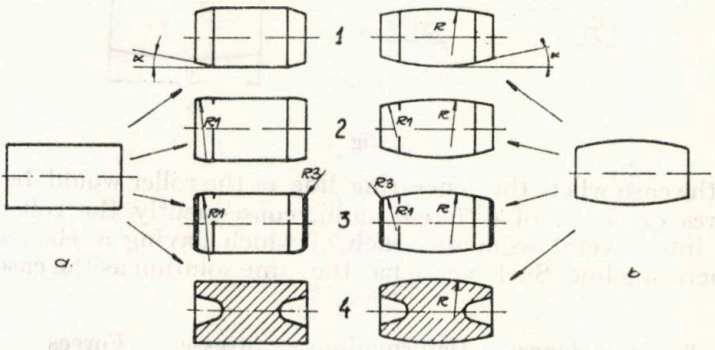


Fig. 1

All these modifications lead to an edge stresses reduction and, implicitely, to increases in durability. However, significant differences between the designed performances and those achieved in operation are detected. So, the problem this paper deals with can be stated as follows :

at the contact between a roller — cylindrical or spherical — of finite length, and the raceway, the extremities of the contact zone can show significant stresses concentrations which modify the theoretical stresses distributions specific to infinite contact length, and have consequences upon the localization and time in which the fatigue phenomenon develops.

The study of the contact between a roller having rounded extremities, with junction (Fig. 1. *b*. 3) and the raceway in spherical roller bearings will be considered as a general case, with particularities in other types of cylindrical roller or spherical roller bearings.

The paper indicates an original methodology of considering the contact between roller and raceway, starting from the premise that the generating line of the roller can be constitued out of a sequence of arcs of circle, of different (finite or infinite) radii.

2. Sectioning Method in Contact Analysis

Developing the sectioning method of the contact into elementary cylindrical zones, as proposed by Harris [2] and valid for the cylindrical or conical zones of the rollers, the paper here proposes contact sectioning into linear and modified point contact zones.

Considering a roller with the generating line of which is formed by an arc of circle of R_l radius equal with raceway radius R_c joined with two arcs of circles of radius R_1, rounded at the ends with other two arcs of circle of radius R_3 (Fig. 2*a*), this can be sectioned into a roller, of length l_l, a roller of length l_1 — would result by putting together the joining zones — and a roller of length $2R_3$ resulted by putting together the rounded zones at the ends (Fig. 2*b*).

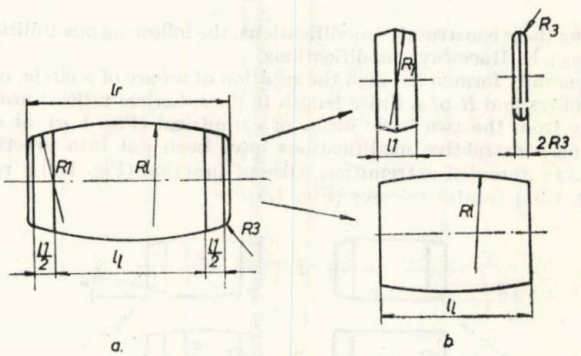


Fig. 2

In the case when the generating line of the roller would be formed by several arcs of circle, of different radii, consequently the roller could be sectioned into several segments, each of which having a constant radius of the generating line. Such a case has the same solution as the case discussed here.

3. Dependences : Deformations — Stresses — Forces

In the case of rollers whose generating line is formed by several joined arcs of circle, the contact between roller and raceway will be considered linear contact — if the radius of the roller generating line is equal to the

radius of the raceway — and point contact — if the radius of the roller generating line is different from that of the raceway.

Assuming that the roller and the raceway are elastic, isotropic, homogeneous bodies and neglecting the frictions, for a certain δ deformation of the two bodies, the following relations of calculus result [1], [3], (with units in N and mm):

a. Zone of linear contact between roller and raceway:

i. Contact area of a rectangular form, having the dimensions:

(3.1) $$\text{length } l_l\,; \quad \text{width}: b_l = 0{,}95 \sqrt{\frac{\delta^{1,11}}{l_l^{0,11} \Sigma\rho}}\,.$$

ii. Load undertaken by contact:

(3.2) $$Q_l = 80\,500\, \delta^{1,11}\, l_l^{0,98}.$$

iii. Maximum stress in the centre of the contact area:

(3.3) $$\sigma_{\max_l} = 54\,000 \sqrt{\frac{\delta^{1,11} \Sigma\rho}{l_l^{0,11}}}\,.$$

iv. Maximum shear stress with an alternatively symmetrical variation:

(3.4) $$(\tau_{yz})_{\max_l} = 0{,}25\ \tau_{\max_l}$$

at the depth:

(3.5) $$Z_{0_l} = \frac{b}{2\sqrt{3}}\,.$$

b. Zone of point contact between roller and raceway:

i. Elliptical contact area with semi-axis dimensions:

(3.6) $$a = 1{,}416\, a^* \sqrt{\frac{\delta}{\delta^* \Sigma\rho}}\,; \quad b = 1{,}416\, b^* \sqrt{\frac{\delta}{\delta^* \Sigma\rho}}\,.$$

ii. Load undertaken by contact:

(3.7) $$Q = 215\,000 \left(\frac{\delta}{\delta^*}\right)^{1,5} \frac{1}{\sqrt{\Sigma\rho}}\,.$$

iii. Maximum normal stress in the centre of the contact area:

(3.8) $$\sigma_{\max} = 51\,100 \frac{1}{a^* b^*} \sqrt{\frac{\delta\, \Sigma\rho}{\delta^*}}\,.$$

iv. Maximum shear stress with an alternatively symmetrical variation:

(3.9) $$(\tau_{yz})_{\max} = \frac{\sqrt{2t-1}}{2t(t+1)}\, \sigma_{\max}$$

at the depth :

$$Z_0 = \frac{b}{(t+1)\sqrt{2t+1}}, \tag{3.10}$$

in which t is the solution of the equation :

$$\frac{b}{a} = \sqrt{(t^2-1)(2t-1)}. \tag{3.11}$$

On the basis of these correlations, the evolution of the contact, at the same time with the increase of δ deformation — therefore, increase of the load — is produced as follows :

i.

$$0 < \delta \leqslant \delta_m, \tag{3.12}$$

linear contact in the median zone, point contact in the marginal zones, the edge zones being not stressed (Fig. 2) ; δ_m is the deformation at which the size of the major half-axis of the contact ellipse in the marginal zone is (Fig. 2*b*) :

$$a_1 = \frac{l_1}{2}. \tag{3.13}$$

In this case the relations (3.1) – (3.5) are valid for the median zone with linear contact, and relations (3.6) — (3.11) for the marginal zone.

The shape of the contact area and distribution of the normal stresses of this area are shown in Fig. 3.

Applying the sectioning method of the roller into segments, there follows that the load undertaken by roller, in this situation will equal the sum of loads undertaken by the median zone of linear contact Q_l and by marginal zone of point contact Q_1, that is

$$Q_r = Q_l + Q_1. \tag{3.14}$$

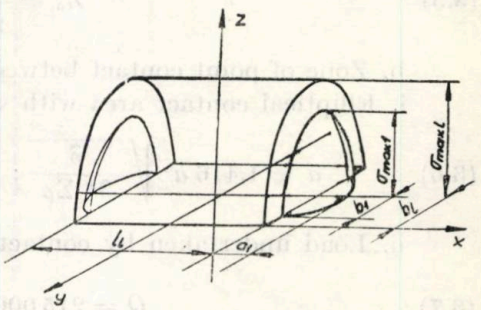


Fig. 3

The maximum normal stresses, as well as the maximum shear stresses with an alternatively symmetrical variation will be considered as being (Fig. 3) :

$$\sigma_{max_r} = \max(\sigma_{max_l} ; \sigma_{max_1}), \tag{3.15}$$

$$(\tau_{yz})_{max_r} = \max[\,|(\tau_{yz})_{max_l}| ; |(\tau_{yz})_{max_1}|\,]. \tag{3.16}$$

ii.

$$\delta > \delta_m \tag{3.17}$$

linear contact in median zone, modified point contact in the marginal zones and point contact in the edge zones of the rollers (Fig. 2).

The shape of the contact area and the distribution of the normal stresses on this area are shown in Fig. 4.

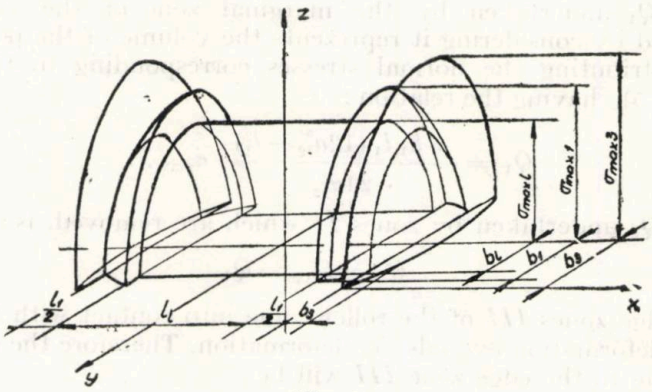


Fig. 4

By sectioning the roller into segments in which the generating line radius remains constant, the contact areas and distribution of efforts in Fig. 5 are shown.

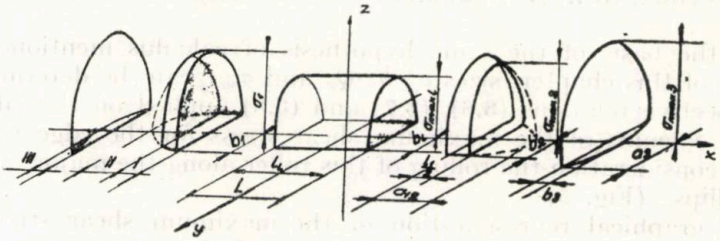


Fig. 5

In this figure : median zone L, with linear contact ; marginal zone I, with point contact (modified point contact zones) from which zones II exceeding length l_1 of marginal zones have been removed ; edge zone III, with point contact.

For the median zone L with linear contact, the relations (3.1) – (3.5) are valid. Sizes a_{12} ; b_1 ; Q_{12} ; σ_{max_1} and $(\tau_{yz})_{max_1}$ are respectively determined by equations (3.6), (3.7), (3.8) and (3.9), sizes a_2, b_2 and σ_{max_2} are determined having in view the geometry of contact ellipse and of the ellipsoid for distributing the normal stresses by the following relations :

$$a_2 = a_{12} - \frac{l_1}{2}, \tag{3.18}$$

$$b_2 = -\frac{b_1}{2a_{12}}\sqrt{4a_{12}^2 - l_1^2}, \tag{3.19}$$

$$\sigma_{\max_2} = \frac{\sigma_{\max_1}}{2a_{12}} \sqrt{4a_{12}^2 - l_1^2} \,. \tag{3.20}$$

Load Q_1 undertaken by the marginal zone of the contact area is determined by considering it reprezents the volume of the portion of the ellipsoid distributing the normal stresses corresponding to the marginal zone *I* (Fig. 5), having the relation :

$$Q_1 = \frac{\pi b_1 l_1 (12a_{12}^2 - l_1^2)}{24a_{12}^2} \sigma_{\max_1}. \tag{3.21}$$

Load Q_2 undertaken by zones *II* which are removed, is :

$$Q_2 = Q_{12} - Q_1 . \tag{3.22}$$

The edge zones *III* of the roller come into contact with the raceway after the δ deformation exceeds δ_m deformation. Therefore the deformation corresponding to the edge zone *III* will be :

$$\delta_3 = \delta - \delta_m . \tag{3.23}$$

From Fig. 5 we observe that, by putting together the edge zone *III*, an ellipsoid results, for the distribution of the normal stresses, the edge zones put together behaving as an independent roller with the generating line radius equal to R_3 (Fig. 2) and the length $2R_3$, which we shall call edge roller.

On the basis of the same hypothesis of calculus mentioned at the beginning of this chapter, sizes a_3, b_3, Q_3 and $\sigma_{\max_3}$ can be determined with their respective relations (3.6), (3.7) and (3.8) applied on the edge roller.

The calculus of the maximum shear stress for the edge roller must take into consideration the rolling of this roller along the major axis of the contact ellipse (Fig. 5).

The graphical representation of the maximum shear stress amplitude with an alternatively symmetrical variations $2\,|(\tau_{yz})_{\max}|/\sigma_{\max}$ and the maximum shear stress aplitude with a pulsed variation $|(\tau_{xz})_{\max}|/\sigma_{\max}$ for ratios of semi - axes within 0 – 10 is given in Fig. 6.

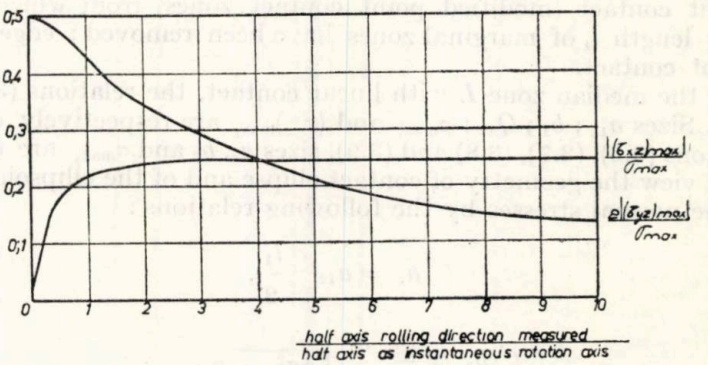


Fig. 6

We see that (Fig. 6) for ratios of semi-axes within 0 — 4 as in the case of the bearings considered in the subsequent papers:

$$\frac{2\,|(\tau_{yz})_{\max}|}{\sigma_{\max}} \geqslant \frac{|(\tau_{xz})_{\max}|}{\sigma_{\max}} \tag{3.24}$$

and, therefore, for this interval the Eqs. (3.9), (3.10) and (3.11) can be used for determining the maximum shear stresses with an alternatively symmetrical variation $(\tau_{yz})_{\max_3}$ of the edge roller.

The maximum normal stresses as well as the maximum shear stresses with an alternatively symmetrical variation will be considered as being (Fig. 4 and Fig. 5):

$$\sigma_{\max_r} = \max\,(\sigma_{\max_l};\ \sigma_{\max_1};\ \sigma_{\max_3}), \tag{3.25}$$

$$(\tau_{yz})_{\max_r} = \max\,[|(\tau_{yz})_{\max_l}|;\ |(\tau_{yz})_{\max_1}|;\ |(\tau_{yz})_{\max_3}|]. \tag{3.26}$$

The load applied on the roller is:

$$Q_r = Q_l + Q_1 + Q_3, \tag{3.27}$$

where the force aplplied on the bearing appears to be:

$$\vec{P} = \sum_1^z \vec{Q}_r. \tag{3.28}$$

4. Conclusion

The paper presents the principles of an original method of treating the problem of the finite contact between a roller and the raceway. The method refers to sectioning the roller into segments in which the radius of the generating line is constant. The calculus relations for the forces and stresses that emerge are also given.

On the basis of the stated method, theoretical studies can be correlated with experimental tests concerning both the distribution of the efforts over the contact area and the calculus of the basic dynamic capacity and that the bearing durability as well.

These problems are the subject of some subsequent papers.

Nomenclature

a — major half-axis of the contact ellipse
a^* — dimensionless major half-axis of contact ellipse
b — minor half-axis of the contact ellipse
b^* — dimensionless minor half-axis of the contact ellipse
P — force applied on the rolling bearing
l — length
Q — load
R — radius of curvature
t — auxiliary parameter
z — number of rolles
z_0 — depth of maximum reversing shear stress point
δ — deformation
δ^* — dimensionless contact deformation
σ — normal stress
τ — shear stress
$\Sigma\rho$ — curvature sum

Subscripts

c — raceway
l — median zone L (Fig. 5)
max — maximum
r — whole roller
xz — xz plane
yz — yz plane
1 — marginal zone I (Fig. 5)
2 — zone II (Fig. 5)
3 — edge zone III (Fig. 5)
12 — zone I cumulated with zone II (Fig. 5)

Received December 15, 1976

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Machine Design

REFERENCES

1. Harris T. A., *Rolling Bearings Analysis.* John Wiley & Sons, Inc., New York—London — Sydney, 1966.
2. Harris T. A., *The Effect of Misalignement on the Fatigue Life of Cylindrical Roller Bearings Crowned Rolling Membres.* Paper Amer. Soc. Mech. Eng., N. Lub. *3.7.*
3. Lundberg G., Palmgren A., *Dynamic Capacity of Rolling Bearings.* Acta Polytechnica, Mechanical Engineering Series, Stockholm, I, *3* (1947)
4. *** *Constructive Forms Meant to Improve the Contact Conditions Between Rings and Rolling Bodies in the Radial Bearings with Cylindrical Rollers.* Contract No. 3238/1974, Final Proceedings. Polytechnic Institute of Jassy, Faculty of Mechanics, 1974

OPTIMIZAREA DIMENSIONALĂ A RULMENȚILOR CU ROLE

I. Considerațiuni teoretice

(Rezumat)

Se prezintă principiile unei metode originale de tratare a problemei contactului dintre o rolă și calea de rulare. Metoda se referă la secționarea rolei în segmente cu raza generatoarei constantă. Pe baza metodei enunțate vor fi soluționate în lucrările ulterioare problemele capacității dinamice de bază și a durabilității rulmenților cu role.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D, C, 621,83

ON DETERMINATION OF TOOTH DEFLECTION FOR PLASTIC GEARS

BY

V. A. BELYI, V. EU. STARZHYNSKII, V. V. MOZHAROVSKII

1. Introduction. Recently researchers pay a growing attention towards the study of flexibility in gearings which is explained by a considerable intensification of the operation parameters of machines and mechanisms, and in this connection a necessity arises to take into account the effect of the deflections in gearing elements on the stress values, load distribution between the engaging teeth and gears (e. g. in planetary gearings), etc. Of particular significance becomes the solution of these problems for polymer and metal-polymer gear drives, the high flexibility of which causes an equivalent composite error in the gearing and increases wear of the tooth dedendum in polymer gears, on one hand ; allows to realize multi-point contact and additional load distribution between the engaging teeth, on the other hand.

A number of papers deal with the investigation of gear deflection [1] ... [15]. Kist'yan and Kudryavtsev [1], [2] calculated the bending deflection of a loaded point using the strength of materials theory ; here tooth is considered as a cantilever beam. Such an approach is rather conditional.

When using the simplified calculating scheme after Timoshenko and Baud, one gets a 40% error for gears having a great number of teeth. Furrow and Mabie [3] give a correction which implies changing of involute tooth for a truncated wedge, the faces of which pass the edges of tops and pitch point, but it does not make significant improvements. Thus, the dimensionless factor if bending deflection χ_F[1]) which is recommended in the above paper for gears having the number of teeth $z > 30$ is accepted as equal to 9.25 in case of the initial contour with an addendum $h_a = m$. Here, as one can see, the effect of the tooth number on the deflection is not taken into account ; and its value is only a part of the total deflection which is the sum of the bending deflection and that due to the elastic deformation of the root of tooth.

Frenkel [4] gives a more substanciated method of calculating the bending deflection of tooth where, for the first time, the solution of the elastic theory problem about a wedge loaded at the top by a set of forces, with subsequent consideration of the real tooth profile. This solution has been used by Airapetov [5], who simplified the calculation formulae assuming the equality of the tangential displacements of points on the tooth surface near the root of the tooth and at the beginning of the fillet curve. The same paper describes a method of calculating deflection due to the elastic deformation of the tooth root. A similar approach was used by Ishikawa [6].

Considerable difficulties are encountered while solving the above problem if the elastic theory methods are applied to determine the deflection of tooth having the involute profile and fillet curve. Recently, a number of papers were published in which numerical methods are applied to determine stresses and deflection of gear teeth, in particular, the finite element method [7], [8].

---

[1]) Dimensionless factor of deflection is determined as a displacement δ of a certain point on the gear tooth made of a material having the elastic modulus $E = 1$ kg/cm^2 under unit load $F_F/b_W = 1$ kg/cm (where b_W is effective face width), i. e.

$$\varkappa = \frac{\delta F}{F_F/b_W} .$$

The present paper makes the method described in [5] more accurate.

2. Calculation of Deflection Just like in [5], [9] we shall take into account the effect of the curvature of the tooth profile through the factor $K_E = \frac{\delta_E}{\delta_W}$, where δ_E and δ_W are bending deflections of the involute tooth and truncated wedge, corresponding to it, which are determined by the strength of materials method. Then the bending deflection of the tooth is[2]):

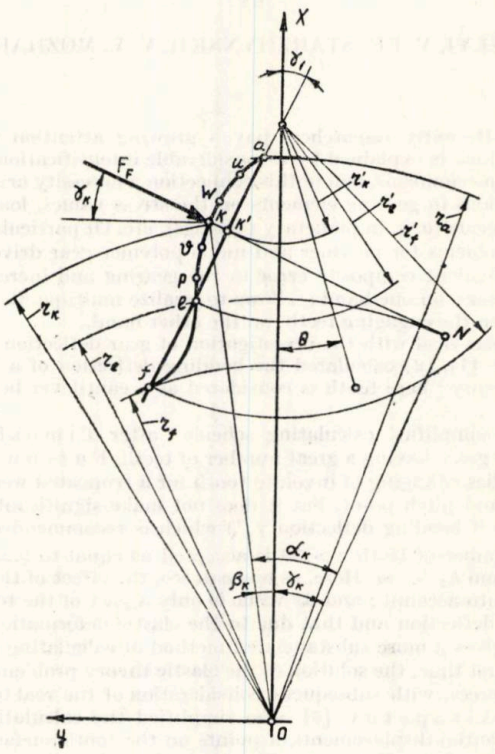


Fig. 1 — The scheme of calculations.

$$\delta_F = \delta_{FW} K_E, \tag{1}$$

where δ_{FW} is the bending deflection of a loaded point on the wedge, which is determined by the elastic theory method.

To determine the deflection, let us make straight lines that form the wedge, through the edges of the top on the tooth and the points of connec-

[2]) The bending deflection means the deflection of bending, shearing and compression.

tion between the involute and the fillet curve (Fig. 1, *a* and *l*, respectively). In accordance with the solution in [9], let us find the displacement U in the r' - direction :

$$U = \frac{2}{E}\left[\ln r'(A\cos\theta - B\sin\theta) - \frac{2C}{r'}\sin 2\theta\right] + A_0\sin\theta + \tag{2}$$
$$+ B_0\cos\theta + \frac{A(1-\nu)}{E}\theta\sin\theta - \frac{B(1-\nu)}{E}(\sin\theta - \theta\cos\theta)$$

and the displacement V in the θ - direction :

$$V = -\frac{2}{E}(\ln r' + \nu)(A\sin\theta + B\cos\theta) - \frac{2C(1-\nu)}{r'E}\cos 2\theta +$$
$$+ A_0\cos\theta + D_0 r' - B_0\sin\theta - \frac{A(1-\nu)}{E}(\sin\theta - \theta\cos\theta) - \tag{3}$$
$$- \frac{B(1-\nu)}{E}(2\cos\theta - \theta\sin\theta) - \frac{2C(1+\nu)}{Er'}\cos 2\gamma_1 ,$$

where

$$A = -\frac{F_F\sin\gamma_k}{2\gamma_1 + \sin 2\gamma_1}\ ; \qquad B = \frac{F_F\cos\gamma_k}{2\gamma_1 - \sin 2\gamma_1}\ ;$$

$$C = \frac{F_F r'_k\cos(\gamma_k - \gamma_1)}{2\cos 2\gamma_1\,\mathrm{inv}\,2\gamma_1},$$

where r and θ are the coordinates of a point in the polar system of coordinates ; γ_k is the pressure angle ; γ_1 is the angle at the top of the wedge ; E is the elasticity modulus ; ν is the Poisson's ratio.

It is shown in [9] that one may assume $\delta_{FW} = V$ and the unknown values A_0, B_0, D_0 are determined from the assumed boundary conditions. A i r a p e t o v et al. [5] takes the difference of the displacements ΔV of the contact point k and the boundary point l as the bending deflection value. As a result it is not necessary to determine the unknown constants A_0 and B_0, and the calculations are simplified.

Let us determine the constant D_0, making the tangential displacements of point f at the tooth root equal to those of a certain point i which is rather close to the tooth root, assuming, that :

$$\Delta V = V_f - V_i = 0. \tag{4}$$

To determine ΔV we shall apply equation (3) :

$$\Delta V = V(r'_k - \gamma_1) - V(r_f - \gamma_1) = \frac{2}{E}\left[\ln\frac{r'_k}{r'_f}(A\sin\gamma_1 - B\cos\gamma_1) - \right.$$
$$\left. - 2C\left(\frac{1}{r'_k} - \frac{1}{r'_f}\right)\cos 2\gamma_1\right] D_0(r'_k - r'_f). \tag{5}$$

Let us determine the coordinate for i point:

$$r_i' = r_f' - \frac{r_f' - r_l'}{n}. \tag{6}$$

Substituting (6) into (4) and taking the limit at $n \to \infty$, we find:

$$D_0 = \frac{2}{E}\left[-\frac{1}{r_f'} A \sin \gamma_1 - B \cos \gamma_1) - \frac{2C}{(r_f')^2} \cos 2\gamma_1 \right]. \tag{7}$$

Then, taking equation (7) into account, the bending deflection of the wedge can be written as follows:

$$\delta_{FW} = \Delta V \cos (\gamma_k - \gamma_1) = \frac{2F_F}{E} (K_1 + K_2 + K_3) \cos (\gamma_k - \gamma_1);$$

$$K_1 = -\frac{\cos \gamma_k \cos \gamma_1}{2\gamma_1 - \sin 2\gamma_1} (\ln t_k - t_k + 1),$$

$$K_2 = -\frac{\sin \gamma_k \sin \gamma_1}{2\gamma_1 + \sin 2\gamma_1} (\ln t_k - t_k + 1), \tag{8}$$

$$K_3 = -\frac{\cos (\gamma_k - \gamma_1)}{\text{inv } 2\gamma_1} (1 - t_k)^2; \quad t_k = \frac{r_k'}{r_f'}.$$

Let us determine δ_E and δ_W. We arrange the rectangular system of the coordinate XOY in such a way that OY lies along the axis of the tooth symmetry and the orifgin O lies in the center of the gear. Let us assume that the involute tooth profile is described by the coordinates x, y; and the wedge profile is described by the coordinates x', y'.

Neglecting the friction, we assume that the force F_F in a certain point $k(x_k, y_k)$ (Fig. 1) acts along the normal to the working tooth surface; continuing the line of the force action we obtain k' (x_k', y_k'), i.e. the point of force application to the wedge profile. The connection between the coordinates of the points k and k' is easily observed from Fig. 1:

$$x' = x - c \sin \gamma_k, \quad y' = y - c \cos \gamma_k, \tag{9}$$

where

$$c = \frac{\cos \gamma_1}{\cos (\gamma_k - \gamma_1)} [(y - y_a) + (x - x_a) \operatorname{tg} \gamma_1];$$

$$\gamma_k = \text{arc tg} \frac{y_l - y_a}{x_a - x_l}.$$

Using Castiliano's theorem we determine the deflection of the point k' for the wedge:

$$\delta_W = \frac{F_F}{Eb_W} \cos^2 \gamma_k \left\{ 1{,}5\, I_I' + \left[1{,}2\,(1 + \nu) + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \gamma_k \right] I_{II}' \right\} \tag{10}$$

and of the point k for the involute tooth :

$$(11) \qquad \delta_E = \frac{F_F}{Eb_W} \cos^2 \gamma_k \left\{ 1{,}5\ I_I + \left[1{,}2\ (1 + \nu) + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \gamma_k \right] I_{II} \right\},$$

where b_w is the tooth length, γ_k is the pressure angle.

The integrals I_I, I_{II}, I'_I, I'_{II} are determined with the equation from [10] To determine the integrals I_I and I_{II} the portion of integration $[x_f, x_k]$ is divided into two parts : $[x_f, x_l]$ and $[x_l, x_k]$ which are described by the equations for the fillet curve and the involute, respectively [10].

The dimensionless factor of deflection $\varkappa_B$ for the tooth root was calculated based on the solution of the known problem of the elastic theory on estimation of displacements for an elastic half-space under a set of forces and bending moment [5] :

$$(12) \qquad \varkappa_B = \frac{1 - \nu^2}{\pi} [L_k(l) - B_k(y, \gamma_k)],$$

where

$$L_k(l) = (1 + l) \ln \left| \frac{1 + l}{1 - l} \right| + 2 \ln \frac{|1 - l|}{2} + 1,$$

$$B_k(y, \gamma_k) = 3 \left(\frac{x'_k - x'_f}{y'_f} \cos \gamma_k \right)^2 \left(1 - \frac{y'_k \operatorname{tg} \gamma_k}{x'_k - x'_f} \right),$$

$$l = K(\nu, \varphi) \frac{mz - 2(h_a + c)}{2y'_f m}.$$

The factor $K(\nu, m)$ is 0.73 and 0.86 for a metal and a polymer gear, respectively.

The calculation of the deflection was done with equations (1) and (12) for gears being cut by a rack tool with the initial contour having the parameters : profile angle $\alpha = 20°$; addendum $h_a = m$; radial clearance $c = 0.25$ m ; tip radius of the gear cutting rack $\rho = 0.38$ m. To calculate the deflection, an algorithm was developed and the calculations done with the computer „Minsk — 22". The results were obtained for the gear. The deflection was estimated in the points corresponding to particular phases of engagement, i.e., in a point on the top of the tooth a ; in the highest u and lowest v points of the single-tooth contact ; in the pitch point w and in the lowest point of the active profile p.

The preliminary calculations showed that the effect of Poisson's ratio is insignificant ; that is why an average value $\nu = 0.4$ was accepted for further calculations.

The results which were obtained during calculations of the factor of deflection $\varkappa = \varkappa_F + \varkappa_B$ are given in Figs. 2 and 3.

3. Comparison of Data. Comparing the deflection values calculated in accordance with the described procedure, with the results of similar

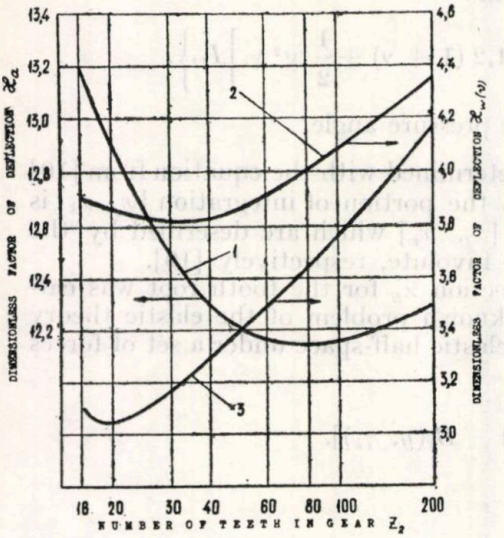


Fig. 2 — The dependence of the factor of deflection on the number of gear teeth when the load is applied to the top of the tooth (curve *1*); to the pitch point (curve *2*); to the lowest point of a single-tooth contact (curve *3*).

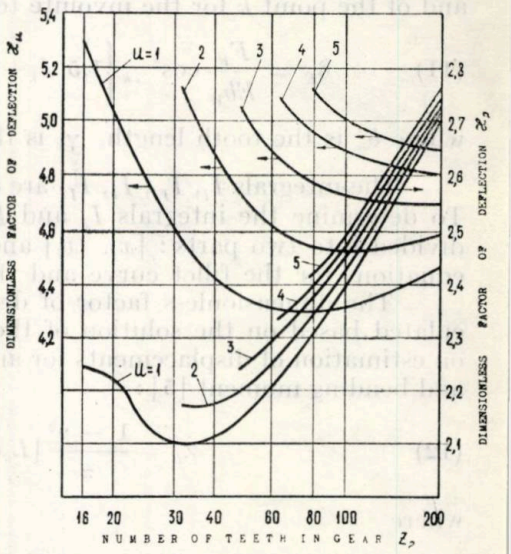


Fig. 3 — The dependence of $\varkappa_u$ and $\varkappa_p$ factors on the gearing ratio u when the load is applied to the highest point of a single-tooth contact u and to the lowest point of the active profile p, respectively.

calculations by G. C h a b e r et al. [8] who used the finite element method, and those by A. P r e m i l h a r t et al. [12] who used the method of conformal representation, we obtained satisfactory agreement between the results. For instance, for the case of appllying a load to the tooth top when $z = 45$; $u = 1$ the factor of total deflection is $\varkappa = 10$ [8] and $\varkappa = 11$ [12]. Our results are: $\varkappa = \varkappa_F + \varkappa_B = 7.8 + 2.10 = 9.90$. When $z = 17$; $u = 1$ the factor of total deflection $\varkappa = 12$ [8] and $\varkappa = 12.2$ [12]. Our results are: $\varkappa = 8.57 + 3.58 = 12.15$.

The comparison between our calculations and the experimental data [11], [13], [14] showed good agreement. For instance, assuming, that the elastic modulus of the gear material decreases with an increase in the stresses [13], we obtained a plot of deflections for a single tooth[3]), shown in Fig. 4. Nonlinear dependence of δ on F_F is explained by an increase in the stress value, which corresponds to the proportionality limit of the gear material.

Fig. 4, curves *2* shows the calculated results of teeth deflection for a multi-point contact.

In this case the calculated values δ were obtained as an average arithmetic of deflection when the teeth made contact at the beginning and at the end of the phase of the doublepairs contact, namely:

[3]) The calculated value of the deflection factor in the given case was determined taking into account the factor of contact deflection accepted $\varkappa_c = 2$ on the analysis of the literature.

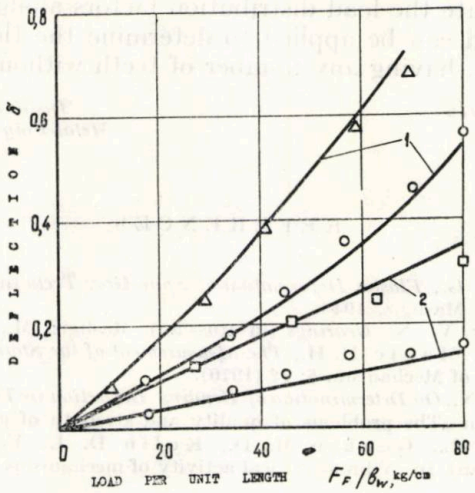


Fig. 4 — Comparison of the calculated results with those of the experiments [11], [13], [14]: Δ, ○, □ = experiments [11], [13], [14], respectively; testing of a single tooth (*1*); deflection of teeth in a multi-point contact (*2*).

$$\delta_m = \frac{\delta_{\text{entry}} + \delta_{\text{exit}}}{2}. \tag{13}$$

The deflection of the engaged teeth was determined taking into account the load distribution factor $\alpha_{I(II)}$ as follows:

$$\delta_{\text{entry}} = \frac{\varkappa_a F_F \alpha_I}{Eb_W}, \qquad \delta_{\text{exit}} = \frac{\varkappa_v F_F \alpha_{II}}{Eb_W}, \tag{14}$$

where

$$\alpha_{I(II)} = \frac{\varkappa_{v(u)}}{\varkappa_{a(p)} + \varkappa_{v(u)}}.$$

The plot contains the experimental results by W. Budich [13] and M. Gafiţanu [14]. To obtain comparable results the experimental values of normal deflections δ_n as received by M. Gafiţanu, were recalculated as the deflections occurring in the direction of the force action.

The discrepancy in the experimental results from the calculated curves for high loaded gear teeth is explained by an increase in the real value of the contact ratio, which was neglected in our calculations.

4. Conclusion. Thus, as it follows from the given analysis, the described method allows to calculate tooth deflection in particular points of

profile and calculate the load distribution factors along the line of action. The above method can be applied to determine the flexibility of involute spur gears, in fact, having any number of teeth without undercutting.

Received October 4, 1976

Institute of Mechanics of Metal-Polymer Systems of AS BSSR, Gomel, USSR

REFERENCES

1. Kist'yan Ya. G., *Elastic Deformation of Spur Gear Teeth* (in Russian). ZNIITMASh, Book *13*, Mashgiz, 1948.
2. Kudryavtsev V. N., *Gearings* (in Russian). Mashgiz, M., 1957.
3. Furrow R. W., Mabie H. H., *The Measurement of the Static Deflection in Spur Gear Teeth*. J. of Mechanism, **5**, *12* (1970).
4. Frenkel Ya. N., *On Determination of Bending Deflection in Teeth by the Elastic Theory Method*. In „The problems of quality and strength of gearings", *2*, ZBTI, 1961.
5. Airapetov E. L., Genkin M. D., Kolin D. I., *Yielding of Spur Gearings* (in Russian). In „Vibroacoustical activity of mechanisms having gearings", Nauka, M., 1971.
6. Ishikawa I., *Fundamental Investigations on the Design of Dower Transmission Spur Gear*. Bull. of the Tokyo Institute of Technology, Ser. A, *3* (1957).
7. Iosilevich G. B., Osipova G. V., *Load Distribution and Strained State of Spur Gearings* (in Russian). Mashinostroyenie, *4* (1975).
8. Chaber G., Tran T. Dang, Mati R., *An Evaluation of Stresses and Deflection of Spur Gear Teeth under Strain*. Trans. ASME, **96**, Ser. B, *3* (August 1974).
9. Frenkel Ya. N., *Experimental Estimation of the Total Deflection and Rigidity of Spur Gears* (in Russian), In „Tooth and worm gears", Mashgiz, M.—L., 1959.
10. Starzhynskii V. Eu., Mozharovskii V. V., *On the Effect of the Tooth Shape on the Bending Deflection of Involute Gears* (in Russian). Izvestiya AN BSSR, Series of Phys. - Techn. Nauk, *4* (1974).
11. Starzhynskii V. Eu., Mozharovskii V. V., *Theoretical and Experimental Estimation of Deflection of Plastic Gears* (in Russian). Izvestiya AN BSSR, Series of Phys.-Techn. Nauk, *2* (1975).
12. Premilhat A., Tordion G. V., Baronet C. N., *An Improved Determination of the Compliance of a Spur Gear Tooth Acted on by a Concentrated Load*. Trans. ASME, **95**, Ser. B, *3* (August 1974).
13. Budich W., *Zahnverformung und Uberdeckungsrad von Zahnrad getrieben mit der Werkstoffpaarung Stahl/Kunststoff*. Konstruktion, **23**, *9* (1971).
14. Gafiţanu M., *Contributions a l'étude de la capacité portante des engrenages cylindriques en polyamide sur acier*. Bul. Inst. polit. Iaşi, **XV(XIX)**, *1—2*, s. IV (1969).
15. Starzhynskii V. Eu., Mozharovskii V. V., Ognev V. U., Doroshkina T. A., *Algorythm for Estimation of the Bending Deflection of Gear Teeth* (in Russian). Izvestiya AN BSSR, Series Phys.-Techn. Nauk, *1* (1975).

DETERMINAREA ÎNCOVOIERII DINTELUI LA ROŢILE DIN MASE PLASTICE

(Rezumat)

Sînt discutate deformaţiile dinţilor pinioanelor din polimeri, determinate prin însumarea deformaţiilor de contact şi încovoiere, cît şi prin deformaţia elastică a piciorului dintelui. La calculul săgeţii de încovoiere se ia în consideraţie profilul real al dintelui. Se estimează influenţa numărului de dinţi şi a punctului de aplicaţie al sarcinii pe profilul acestora asupra mărimii deformaţiei. Se compară valorile calculate şi cele experimentale proprii, cu ale altor cercetători privind deformaţia, constatîndu-se o bună concordanţă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 531.77

THE MEASUREMENTS OF THE GAS FLOW RATES WITH REDUCED CONSUMPTION OF ENERGY

BY

MARCEL GUTMAN and DAN URSESCU

Nowadays, the diafragms are used for the measurements of the gas flow rates in most industrial units of our country.

The diafragm measurement principle of the flow rates flow is based, as it is known, on (*vena contracta*) the obstruction of the fluid vein. In the series of the measurement devices based on obstruction the Dall flow tubes, Venturi tubes and microventuri are also included. These last devices are less used, though the remanent loss of pressure in Venturi tubes decreases to about 10 —15% of the pressure loss in diafragms, and this decrease can be even more spectaculous in the Dall flow tubes and microventuri tubes.

The remanent pressure losses caused by diafragms may lead to great consumption of energy in the case of their permanent use on the pipes with great gas flow rates.

Thus, after the estimative computations made for a chemical industrial unit which uses up a flow rate of compressed air having values between

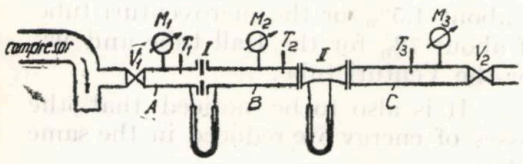


Fig. 1

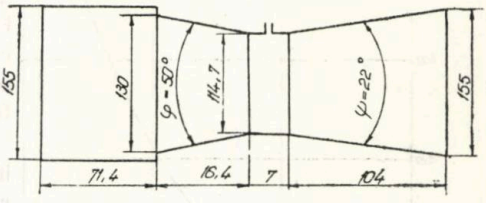


Fig. 2

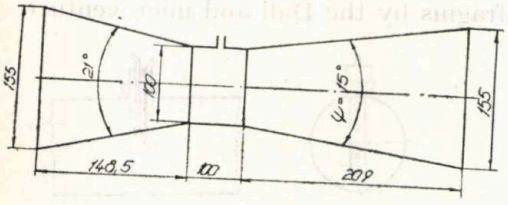


Fig. 3

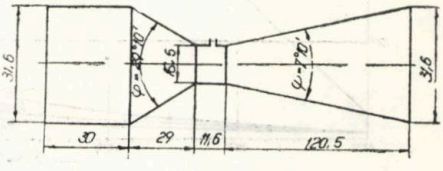


Fig. 4

8 ... 10 — at a pressure of 3.7 atm. it was noted a consumption of energy caused by the remanent pressure losses of about 3,000,000 kWh, due to the diafragms.

In this industrial unit the compressed air passes through three diafragms until it comes to the consumer.

It is mentioned that the values of the pressure drops caused by the diafragms, set up at the before-mentioned industrial unit, vary between 700 and 4,000 mm H_2O and the remanent pressure losses vary between 350 and 2,000 mm H_2O.

Comparative measurements have been made and experimented with the help of the experimental part in Fig. 1 for mentioning the reduction of energy consumption when the diafragms are replaced by the Dall tubes Venturi and microventuri.

The air flow rate was measured with the help of the calibrated diafragm I where $m = 0.46$.

The experimented tubes were fixed in the part II.

The remanent pressure loss for the diafragm used as standard instrument was measured between the points A and B and for the experimented tubes between the points B and C. The air flow rate varied with the help of the valve V.

The experimented flow rate devices were designed for a nominal flow rate of 4,000 Nm/h and a pipe diametre of 150 mm.

The constructive dimensions for the experimented tubes are given in Fig. 2 for the Dall tube, in Fig. 3 for Venturi tube and in Fig. 4 for the microventuri tube.

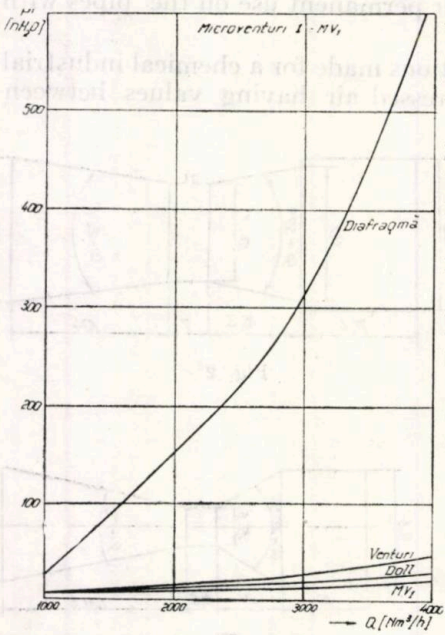


Fig. 5

In Fig. 5 there are given the variations of the remanent pressure losses depending on the flow rate for the experimented devices.

For the nominal flow rate, the remanent pressure loss in percentage from the remanent pressure for the diafragm is about 4.5% for the microventuri tube, of about 7% for the Dall tube and 9% for the Venturi tube.

It is also to be noticed that the losses of energy are reduced in the same ratio.

Thus, at the above-mentioned industrial unit, the replacement of the diafragms by the Dall and microventuri

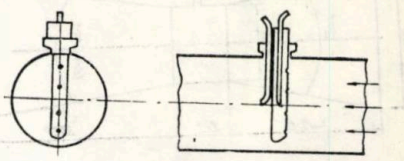


Fig. 6

tubes would lead to the reduction of the electric energy losses from. 3.10 kWh to 3.10 kWh, that is a yearly economy of electric of 2.7.10 kWh.

The differential pressure obtained at the nominal flow rate is of 210 mm H_2O for the Dall tube and of 350 mm H_2O for the microventuri tube.

Important economy of energy can be obtained by using the Anubar tubes Fig. 6, instead of the diafragms for measuring the gas flow rates. This tube contains orifices which are so calculated as to obtain the flow rates of various sections the average of which is given by the internal tube of interpolation.

The static pressure is taken over by the back tube. The difference between the pressures conveyed by the two tubes allows the calculation of the flow rate.

Conclusions. 1. The diafragms lead to important losses of energy at the gas flow rates measurements.

2. It is necessary especially to use the Dall, microventuri and Anubar tubes in measuring the gas flow rates.

3. The consumption of electric energy at the gas flow rates measurements caused by the remanent loss of pressure can be reduced with aproximatively 90% if the diafragms are replaced by the Dall, microventuri or Anubar tubes.

Received July 20, 1976

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mechano-Energetics

MĂSURAREA DEBITELOR DE GAZ CU CONSUM REDUS DE ENERGIE

(Rezumat)

În lucrare se prezintă posibilitățile de reducere a consumului de energie, în cazul înlocuirii diafragmelor cu alte dispozitive de măsurare a debitelor ca: tubul Dall, tubul microventuri, tubul Venturi și tubul Anubar.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.01

ELABORAREA STRUCTURII SISTEMULUI PENTRU OPTIMIZAREA PRINCIPALELOR CONDIȚII DE LUCRU LA RECTIFICAREA ELECTROCHIMICĂ-ABRAZIVĂ

DE

GH. CAȘLER și N. GHERGHEL

1. Introducere. Ascuțirea electrochimică-abrazivă reprezintă una din principalele tendințe moderne (alături de ascuțirea cu diamant și cu nitrură cubică de bor) în tehnologia de ascuțire a sculelor așchietoare, avînd în vedere înaltele performanțe ale procesului și faptul că, deocamdată, procesul permite utilizarea cea mai rațională a materialelor abrazive superdure (diamant și nitrură cubică de bor), al căror preț de cost este, încă, ridicat [1], [2], [3], [4], [5], [9]. Procedeul de prelucrare prin eroziune electrochimică abrazivă se bazează pe desfășurarea simultană în timp a unor procese de eroziune electrochimică, combinate cu procese de abrazare realizate de discuri abrazive, de obicei cu granule de diamant și cu lianți electroconductivi (de regulă, metalici).

Deși procedeul de rectificare electrochimică abrazivă a materialelor dure este cunoscut de multă vreme, aplicarea mai largă pe scară industrială a procedeului se remarcă abia în ultimii ani, cînd prejudecățile legate de costul ridicat al discurilor cu diamant și de toxicitatea soluției de electrolit, în mare măsură, au fost depășite. Complexitatea procesului și materialul abraziv costisitor utilizat, asociate cu cerințele crescînde în ceea ce privește performanțele sculelor ascuțite, au impus cercetarea sistematică a procesului. În ciuda numărului destul de mare de lucrări ce vizează rectificarea electrochimică abrazivă, numărul celor cu caracter de cercetare este relativ mic, iar analiza lor duce la concluzia că, încă, nu s-a ajuns la o concepție unitară privind teoria și practica acestui proces de prelucrare.

Constatarea că principala aplicație actuală a procedeului o constituie ascuțirea sculelor armate cu carburi metalice și faptul că discurile cu diamant s-au dovedit a fi cele mai eficiente justifică abordarea, în primul rînd, a acestor procese.

Una din direcțiile de cercetare în domeniu cu importanță teoretică și practică deosebită este optimizarea principalelor condiții de lucru, chestiune ce nu a fost, încă, abordată în mod sistematic. Prezenta lucrare se încadrează în preocupările existente la Catedra de mașini-unelte și scule a Institutului politehnic din Iași, în această direcție.

2. Stabilirea structurii sistemului de rectificare (ascuțire) electrochimică-abrazivă. Conform teoriei generale a sistemelor [6], [7], procesul de rectificare (ascuțire) electrochimică constituie un sistem la care mărimile de intrare sînt reprezentate de caracteristicile discului abraziv, caracteristicile mașinii-unelte, caracteristicile materialului de prelucrat, caracteristicile soluției de electrolit, regimul mecanic, regimul electric, parametrii contactului dintre discul abraziv și semifabricat, iar mărimile de ieșire sînt reprezentate, în cazul cel mai general, de criteriile de evaluare a performanțelor prelucrării.

Procesul de rectificare electrochimică abrazivă este caracterizat de un număr foarte mare și divers de parametri (factori de influență) ce repre-

zintă mărimile de intrare ale sistemului și care descriu procesul și dictează performanțele acestuia ; față de rectificarea convențională, la acest procedeu intervin și parametri de natură electrică și cei ai soluției de electrolit [1].

O analiză amănunțită a procesului ne-a permis separarea și evidențierea factorilor de influență și a criteriilor de evaluare a performanțelor procesului, analiză concretizată în tabloul sintetic prezentat în lucrarea [1]. Tabloul prezentat poate sta la baza cercetării sistematice a procesului de rectificare electrochimică abrazivă, punînd în evidență complexitatea procesului și sugerînd că stabilirea condițiilor raționale (optime) de lucru trebuie să fie rezultatul analizei influenței tuturor factorilor asupra desfășurării și performanțelor procesului, pe baza criteriilor obiective de apreciere.

3. Stabilirea și justificarea condițiilor de lucru (mărimilor de intrare) supuse optimizării. Așa cum s-a arătat, autorii își propun să efectueze cercetări teoretice și experimentale ce au ca obiectiv central, optimizarea principalelor condiții de lucru în procesele de rectificare (ascuțire) electrochimică-abrazivă.

Procedeul de rectificare electrochimică abrazivă se aplică, cu preponderență, la ascuțirea sculelor așchietoare, în cadrul sculăriilor sau al atelierelor de ascuțire specializate, situația cea mai des întîlnită fiind aceea cînd, pe aceeași mașină, echipată cu un anumit disc abraziv (de multe ori livrat chiar de firma producătoare a mașinii) și cu utilizarea unui anumit tip de soluție de electrolit (indicată și uneori livrată de firma producătoare a mașinii), se ascut scule de diverse tipuri, din diferite materiale (carburi metalice, oțeluri rapide), cu diferite forme și dimensiuni ale suprafeței de ascuțit.

În aceste condiții, operatorul poate și trebuie să intervină asupra parametrilor regimului mecanic, ai regimului electric și ai contactului dintre discul abraziv și semifabricatul de prelucrat (scula de ascuțit).

Avînd în vedere că procesul se poate desfășura în două moduri distincte; cu avans de pătrundere constant ; cu presiunea de contact constantă, vor fi luate în studiu fiecare din aceste situații.

În continuare, expunerea se va face pentru prima situație, metodologia de studiu a celei de a doua situații, nediferind esențial. De asemenea, ținînd seama și de rezultatele cercetărilor teoretico-experimentale efectuate la Catedra de Mașini-unelte și scule a Institutului politehnic din Iași, privind influența parametrilor de contact asupra desfășurării și performanțelor proceselor de abrazare convențională [8], [10] și electrochimică abrazivă [1], [2], [9], se va supune optimizării și înălțimea suprafeței de contact dintre discul abraziv și semifabricat (scula de ascuțit).

Optimizarea se va face în condițiile utilizării unor valori optimizate pentru celelalte condiții de lucru, valori extrase din rezultatele cercetărilor publicate pînă în prezent.

4. Criteriile de evaluare (apreciere) a performanțelor rectificării (ascuțirii) electrochimice-abrazive. În cele ce urmează, se prezintă o încercare de sistematizare și unificare a criteriilor de evaluare (apreciere) științifică (obiectivă) a performanțelor rectificării (ascuțirii) electrochimice abrazive.

Aceasta a fost determinată de numărul relativ mare de criterii utilizate de diferiți cercetători, de terminologia, notațiile și unitățile de măsură diferite utilizate pentru același criteriu, de necesitatea alegerii corecte a criteriilor pentru o anumită cercetare, de necesitatea stabilirii unor criterii care să reprezinte cît mai sintetic (global), desfășurarea și performanțele procesului, precum și de necesitatea evidențierii criteriilor primare care trebuie considerate ca mărimi de ieșire din sistem, ce trebuie obținute prin măsurătorile directe pe proces.

Analiza procesului de rectificare electrochimică abrazivă și a criteriilor de evaluare a performanțelor acestuia, ne-a condus la concluzia că acestea pot fi grupate în două categorii și anume : a. *criterii primare* ; b. *criterii derivate*, deduse pe baza criteriilor primare și a unor condiții de lucru.

a. *Criterii primare* pot fi considerate :

1. V — *cantitatea* totală de material îndepărtat, mm³, cm³, g ;
2. t — *timpul (durata)* total de lucru, s, min, h ;
3. V_u — *volumul* de disc abraziv uzat, mm³ ;
4. T_E — *temperatura* soluției de electrolit, °C ;
5. P_T — *forța tagențială*, daN ;
6. P_N — *forța normală*, daN ;
7. P_G — *forța* dată de presiunea gazelor, daN ;
8. P_L — *forța* pe direcția avansului longitudinal, daN ;
9. N_a — *puterea* consumată pentru antrenarea discului abraziv, W, kW ;
10. N_e — *puterea* consumată de procesul electrochimic, W, kW ;
11. R_a — *rugozitatea* suprafeței prelucrate, μm ;
12. $A_{F(p)}$ — *abaterea* maximă de formă (de la planietate), μm ;
13. ρ — *rotunjirea* muchiei (cantului) (raza de ascuțire), μm ;
14. R_s — *teșirea* (știrbirea) muchiei (rugozitatea tăișului), μm ;
15. A_{Pp} — *abaterea* de la poziția prescrisă a tăișului, μm ;
16. B — *lățimea* fațetei de uzură pe fața de așezare a sculei ascuțite, mm ;
17. $K' = K_T/K_M$ — *uzura* pe fața de degajare a sculei ascuțite.

b. *Criterii derivate*

În relațiile de definiție a acestor criterii, se vor utiliza simbolurile criteriilor primare prezentate.

18. Q — *viteza (intensitatea)* îndepărtării materialului (*productivitate, debit* material îndepărtat), mm³/s, cm³/s, mm³/min, cm³/min, cm³/h, g/min :

$$Q = \frac{V}{t}; \tag{1}$$

19. V' — *volumul specific* de material îndepărtat, mm³/cm² s, mm³/cm² min, cm³/cm² s, cm³/cm² min :

$$V' = \frac{V}{A_{sc}\, t}, \tag{2}$$

cu A_{sc} — *aria suprafeței de contact* disc abraziv-semifabricat, cm².

20. S' — *viteza de pătrundere*, μm/min, mm/min, mm/h, cm/s.

Criteriul S' este echivalent cu criteriul V'.

21. Q_u — *viteza de uzură* a discului abraziv, mm³/h :

$$Q_u = \frac{V_u}{t}; \tag{3}$$

22. G — *volumul specific* de disc abraziv uzat (*uzură relativă, uzură specifică, raport de abrazare, raport de uzură*), mm³/mm³, cm³/cm³, % :

$$G = \frac{V_u}{V} = \frac{Q_u}{Q}; \tag{4}$$

23. q — *consumul specific* (relativ) de material abraziv, mg/cm³, mg/g, ct/cm³, % :

$$q = q(G, K); \tag{5}$$

24. Q' — *productivitatea relativă*, mm³/mm³ :

$$Q' = \frac{V}{V_u} = \frac{Q}{Q_u}; \tag{6}$$

25. t_s — *timpul specific* de lucru, min/cm³, min/0,1 cm³ :

$$t_s = \frac{t}{V}; \tag{7}$$

26. N_d — *puterea* consumată pentru antrenarea discului abraziv, W, kW :

$$N_d = N_d(P_T, D, n, \eta), \tag{8}$$

unde P_T — forța tangențială, D — diametrul mediu al suprafeței active a discului abraziv, n — turația arborelui port-disc abraziv, η — randamentul transmisiei motor acționare—arbore port-disc abraziv;

27. N — *puterea* totală consumată, W, kW :

$$N = N_d + N_e; \tag{9}$$

28. C_D — *costul specific* al discului abraziv uzat, lei/cm³, lei/h :

$$C_D = GC_d, \tag{10}$$

cu C_d — costul unui cm³ de strat abraziv activ al discului, lei/cm³;

29. C_S — *costul specific* legat de timpul de lucru (costul specific pentru salarii), lei/cm³, lei/h :

$$C_S = QC_s; \tag{11}$$

30. C — *costul specific* total al prelucrării, lei/cm³, lei/h, lei/g :

$$C = C_D + C_S + C_G + C_E + C_{E_n} + C_{\text{sec}}, \tag{12}$$

unde C_G — costul specific general, C_E — costul specific pentru electrolit,

C_{E_n} — costul specific pentru energie, C_{sec} — costul specific secundar;

31. R_s — *teșirea* (știrbirea) muchiei, μm:

$$R_s = R_s\,[(R_a)_a,\ (R_a)_d,\ \beta], \tag{13}$$

unde $(R_a)_a$ — rugozitatea pe fața de așezare, $(R_a)_d$ — rugozitatea pe fața de degajare, β — unghiul dintre cele două fețe;

32. T — *durabilitatea* sculei ascuțite, min:

$$T = T[B,\ (K'),\ R_s, \ldots]; \tag{14}$$

33. γ — *gradul de stabilitate* al procesului:

$$\gamma = \frac{Q_i}{Q_f}, \tag{15}$$

unde i — începutul procesului, f — sfîrșitul procesului.

La aceste criterii se mai pot adăuga și următoarele criterii primare cantitative: *duritatea inițială* a stratului superficial al suprafeței prelucrate, *duritatea finală* a stratului superficial al suprafeței prelucrate, *tensiuni remanente* în stratul superficial al suprafeței prelucrate, *cantitatea de austenită reziduală* (remanentă) în stratul superficial al suprafeței prelucrate.

De asemenea, trebuiesc luate în considerare și următoarele criterii primare calitative: *aspectul* suprafeței prelucrate, *structura* suprafeței prelucrate, *modul de formare* a suprafeței prelucrate, *modificări de fază și de structură* în stratul superficial al suprafeței prelucrate, absența sau prezența, numărul, forma, mărimea unor *defecte specifice* suprafețelor prelucrate cum sînt: crăpături, fisuri, lipsuri de material, urme de uzură, urme de coroziune (urme de oxizi), pete negre (porțiuni negre), arsuri, porțiuni decarburate, locuri cu duritate scăzută.

În studiul de optimizare propus, se vor avea în vedere și aceste criterii calitative avînd în vedere că ele influențează, într-o măsură însemnată, performanțele sculelor ascuțite, așa cum s-a arătat în paragraful referitor la cerințele operației de ascuțire a sculelor din lucrarea [4].

5. Stabilirea și justificarea criteriilor de evaluare a performanțelor rectificării (ascuțirii) electrochimice abrazive, ce intră în structura sistemului supus optimizării. Avînd în vedere cerințele operației de ascuțire a sculelor așchietoare, prezentate în lucrarea [4], precum și particularitățile și performanțele procesului, expuse, detaliat, în aceeași lucrare, mărimile de ieșire din sistem ce constituie criteriile primare de evaluare a performanțelor procesului și care vor trebui să fie măsurate direct pe proces, sînt: *cantitatea totală* de material îndepărtat V, cm³; *timpul* (*durata*) *total* de lucru, t, min; *temperatura* soluției de electrolit, T_E°C; *forța normală*, P_N, daN; *forța tangențială*, P_T, daN; *rugozitatea* suprafeței prelucrate, R_a, μm; *rotunjirea* muchiei, ρ, μm.

Pe baza acestor criterii, se vor stabili celelalte criterii derivate, necesare în studiul de optimizare propus și anume: *viteza* de îndepărtare a materialului (*productivitatea prelucrării*, Q, cm³/min; *volumul specific* de disc abraziv uzat (*uzura relativă* a discului abraziv), G, cm³/cm³.

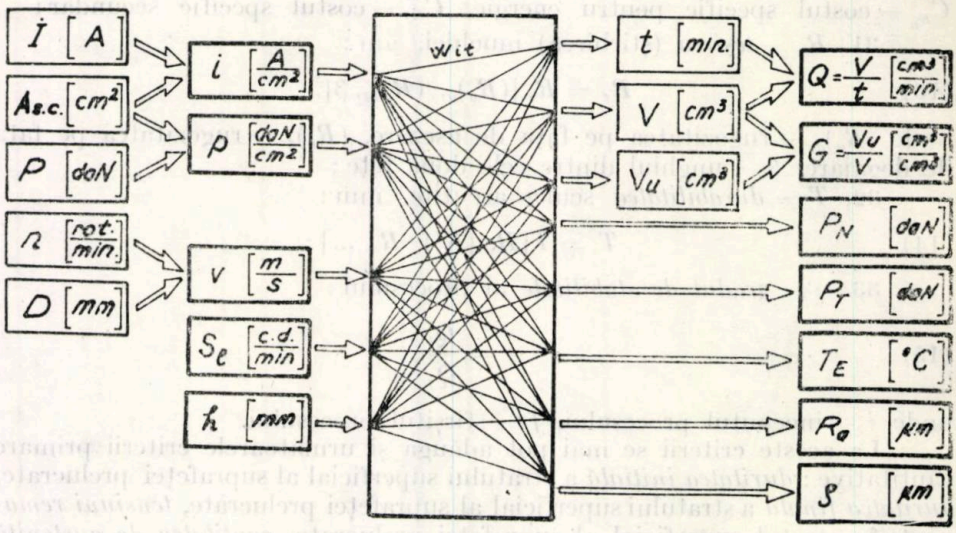


Fig. 1

6. Structura sistemului de rectificare (ascuțire) electrochimică-abrazivă supus optimizării. Cu condițiile de lucru (mărimile de intrare) și cu criteriile de evaluare a performanțelor rectificării (ascuțirii) electrochimice abrazive (mărimile de ieșire), stabilite în paragrafele anterioare, sistemul supus optimizării are structura (modelul matematic principal, schema funcțională, schema-bloc) prezentată în fig. 1.

Primită la 24 decembrie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh., Plăhteanu B., Gherghel N., *Ricerche sopra l'affilatura elettrochimica abrasiva degli utensili con placchette di carburi metallici.* Ingegneria, *7—8* (1975).
2. Caşler Gh., Plăhteanu B., Gherghel N., *Îmbunătățirea performanțelor sculelor aşchietoare prin ascuțire electrochimică-abrazivă.* În vol. „Fiabilitatea în construcția de mașini — M.U.S.D.", Iași, pp. 16—19, 1975.
3. Gherghel N., Plăhteanu B., *Asupra unor tehnologii moderne de ascuțire a sculelor aşchietoare.* În vol. „Comunicările sesiunii tehnico-științifice organizată de I.U.G. Progresul Brăila și I.C.P.U.C. Brăila", Brăila, 1975.
4. Gherghel N., *Tehnologii moderne de ascuțire a sculelor aşchietoare.* Studiu monografic, Iași, 1976.
5. Gherghel N., Plăhteanu B., *Cercetări experimentale privind influența adîncimii de aşchiere asupra temperaturii soluției de electrolit la ascuțirea electrochimică-abrazivă.* A doua conferință națională de mașini-unelte, Buc., 1976.
6. Penescu C. și colab., *Identificarea experimentală a proceselor automatizate.* Ed. tehn., Buc., 1971.
7. Penescu C., *Sisteme.* Ed. tehn., Buc., 1975.

8. Plăhteanu B., Gherghel N., *Cercetări teoretico-experimentale privind influenţa parametrilor suprafeţei de contact supra capacităţii de abrazare în procesele de ascuţire a sculelor aşchietoare.* Sesiunea de comunicări tehnico-ştiinţifice a I.O.R., Buc., 8—9 nov. 1974.
9. Plăhteanu B., Gherghel N., *Cercetări asupra performanţelor ascuţirii electrochimice-abrazive a sculelor aramate cu plăcuţe din carburi metalice.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XXI (XXV), *3—4*, s. IV (1975).
10. Plăhteanu B., Gherghel N., *Cercetări privind influenţa parametrilor de contact în procesele de abrazare.* În vol. „Fiabilitatea în construcţia de maşini — M.U.S.D.", pp. 38—41, Iaşi, 1975.

DIE SCHAFFUNG EINER SYSTEMSTRUCTUR FÜR DIE OPTIMISIERUNG DER WICHTIGSTEN ARBEITSBEDINGUNGEN BEIM ELEKTROCHEMISCHEN SCHLEIFEN

(Zusammenfassung)

Durch die Analyse des elektrochemischen Schleifprozesses werden die verschiedenen Faktoren welche ihren Einfluss ausüben, sowie die Schätzungskriterien der Leistungen zum Ausdruck gebracht.

Auf Grund der Tatsache dass eine der wichtigsten Anwendungsmöglichkeiten das Schleifen der spanenden Werkzeuge ist, und wenn man die Bedingungen in Betracht zieht, unter denen der Prozess abläuft, sowie die wissenschaftlichen Schätzungskriterien, und unter Rücksichtsnahme der Schleifbedingungen wurde die Struktur eines Systems zur Optimisierung der Hauptbedingungen des Arbeitsprozesses geschaffen, welches die Grundlage eines mathematischen Modells der geplanten Verbesserung darstellt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.924

O NOUĂ CONSTRUCȚIE DE FREZĂ ROMASCON CU PLĂCUȚE FIXATE MECANIC[1])

DE

VITALIE BELOUSOV, MIRCEA COZMÂNCĂ, M. SEVERINCU, STAN PANAIT și EUGEN LIPȘA

1. **Introducere.** Construcția frezelor frontale cu plăcuțe fixate mecanic reprezintă o tendință generală la marea majoritate a firmelor și întreprinderilor constructoare de scule aşchietoare. Firmele Sandvik-Coromant [1] și Fagersta-Seco [2] din Suedia, Walter [3] din R.F.G., Valenite [4] și Impero [5] din Italia, Iscar [6] din Israel etc., preferă folosirea plăcuțelor amovibile-nerecuperabile. De asemenea, I. S. Rîșnov a asimilat în ultimii ani, pentru producția de serie, o gamă de freze frontale cu plăcuțe nerecuperabile.

Utilizarea plăcuțelor nerecuperabile prezintă avantajul comodității în exploatare, a restabilirii rapide a calităților aşchietoare, prin rotirea plăcuțelor cu $360°/z$, z fiind numărul de laturi ale plăcuțelor, dar au și marele dezavantaj al folosirii neraționale a materialului metaloceramic, fiecare plăcuță utilizîndu-se numai de un număr de ori egal cu numărul de laturi z. Frezele frontale cu dinți demontabili armați prin brazare, cu ascuțire continuă, cu toate avantajele nete în ceea ce privește productivitatea, robustețea, durata totală de exploatare și calitatea cu totul deosebită a suprafețelor prelucrate, prezintă și dezavantajul că în caz de avariere a unuia sau mai multor dinți, înlocuirea acestora este greoaie, fiind însoțită de multă manoperă pentru reascuțire-egalizare.

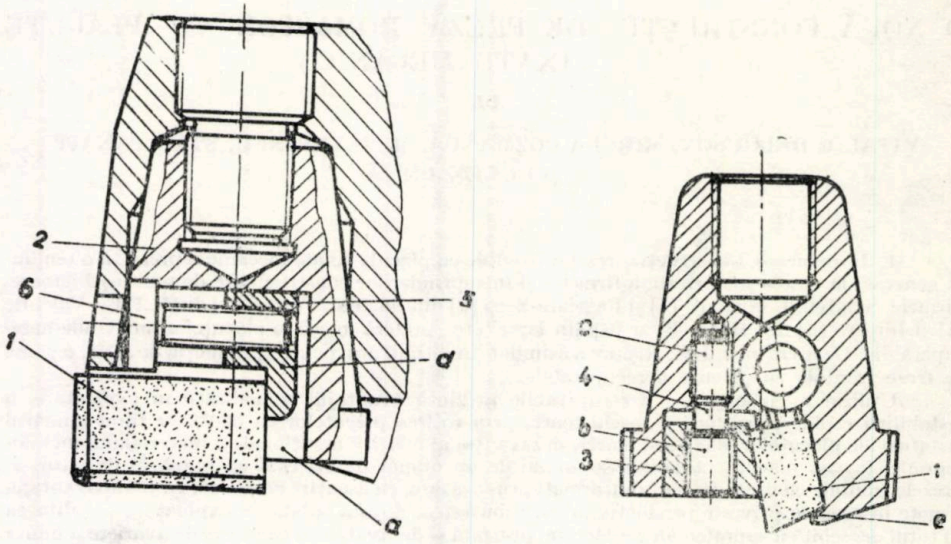
Avînd în vedere această situație, în ultimul timp, în Laboratorul de bazele aşchierii și scule aşchietoare, s-au construit și experimentat cîteva variante de freze frontale cu ascuțire continuă, cu plăcuțe fixate mecanic. Încercările experimentale au demonstrat că aceste freze prezintă toate avantajele frezelor cu plăcuțe nerecuperabile, dar și avantajul net al unui număr de reascuțiri, care poate ajunge la cca. 80—100 și, legat de aceasta, au o durată totală de exploatare foarte ridicată.

2. Freza ROMASCON cu plăcuțe fixate mecanic. În cele ce urmează se prezintă o nouă construcție de freză frontală ROMASCON cu plăcuțe fixate mecanic. La realizarea acestei noi freze ROMASCOM s-au avut în vedere rezultatele obținute cu prima construcție de freză ROMASCOM, cu plăcuțe fixate mecanic, prezentată în lucrarea [7].

La prima construcție (fig. 1), plăcuța dreptunghiulară *1* de tip C se poziționează într-un canal *a*, practicat în corpul dintelui tronconic *2* și este blocată prin intermediul unei pene cilindrice teșite *3* și a unui șurub diferențial *4*, înșurubat cu porțiunea *b*, cu pas mic, în pana *3*, iar cu cea cu pas mare *c* în corpul dintelui; deplasarea radială a plăcuței *1* se realizează prin slăbirea prealabilă a penei *3* și acționînd apoi asupra piuliței *5*, prevăzută

1) Prezentată la a II-a Conferință Națională de mașini unelte, București, 1976.

cu un pinten *d*, prin intermediul șurubului captiv *6*. Pentru mărirea gradului de fiabilitate, plăcuța are un singur grad de libertate, canalul fiind prevăzut cu un umăr *e*, frezat în corpul dintelui. Blocarea și deblocarea dintelui *2* se realizează prin intermediul șurubului diferențial *7*, cu porțiunea *f* de pas mic înșurubată în corpul frezei, iar cu porțiunea *g*, de pas mare, înșurubată în corpul dintelui.



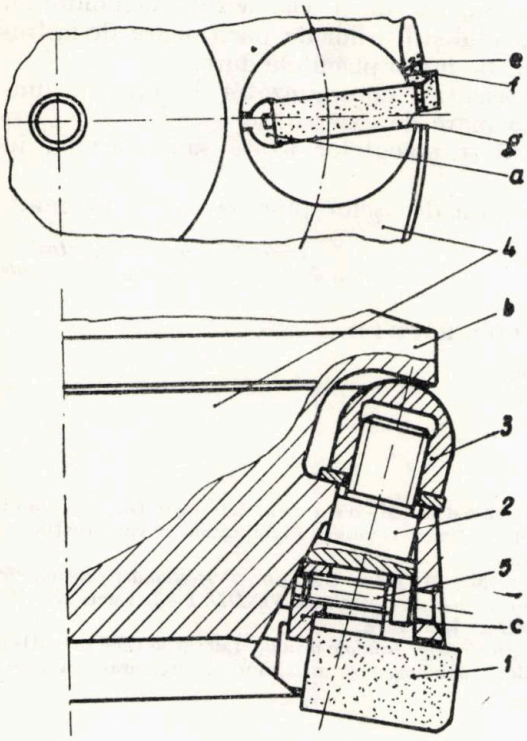
a Fig. 1 *b*

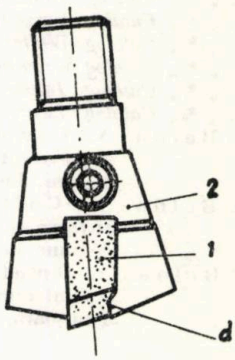
Noua construcție este mult simplificată și constă din următoarele (fig. 2) : plăcuța dreptunghiulară *1* de tip C se poziționează într-un canal *a*, practicat în corpul dintelui tronconic *2*, fiind asigurată blocarea prin elasticizarea dintelui și tragerea acestuia cu piuliță *3*, a cărei deplasare axială este împiedicată de gulerul *b* al corpului frezei *4*. Pe măsura uzurii și reascuțirilor corespunzătoare, plăcuța *1* este avansată pe direcție radială, după deblocarea dintelui din locașul său tronconic acționînd asupra piuliței *3*, cu ajutorul unui șurub *5* și al unei piulițe prevăzută cu un pinten *c*. Mărirea gradului de fiabilitate este asigurată de un umăr *d*, frezat în corpul dintelui *2*, plăcuța avînd un singur grad de libertate, cel de pe direcția radială.

Pentru ascuțirea suprafețelor de așezare, care se execută după schema obișnuită de reascuțire a frezelor ROMASCON [8], [9], suprafața de degajare a plăcuței dure se reazemă pe suprafața *e* a canalului *f*, executat în corpul frezei sub un unghi de cca. 15°, iar pentru lucru, spatele plăcuței se reazemă pe suprafața radială *g* a aceluiași canal.

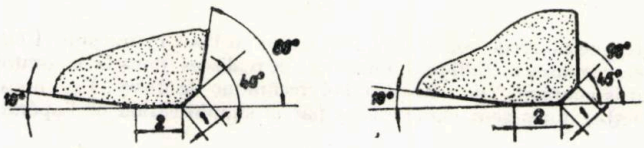
Prototipurile construite și experimentate au fost ascuțite în două variante : pentru prelucrarea suprafețelor plane deschise (fig. 3*a*) și pentru prelucrarea suprafețelor compuse-de colț (fig. 3*b*).

Tipodimensiunile prevăzute a se realiza în serie la Atelierul de producție al Institutului politehnic din Iași se prezintă în tabelul 1.





a Fig. 2 *b*



a Fig. 3 *b*

Tabelul 1

Tipodimensiuni	D	D_f	z	L
RME 98— 6 — C25	98	100	6	218
RME 118— 8 — C25	118	120	8	221
RME 138—10 — C25	138	140	10	224
RME 158—12 — C25	158	160	12	226
RME 178—14 — C25	178	180	14	229

3. Concluzii. Noua freză frontală, cu dinți elasticizați, demontabili, este simplă constructiv-tehnologic, rolul știfturilor de poziționare de la frezele cu plăcuțe brazate fiind preluat de însești plăcuțele dure.

Asigură un număr mare de reascuțiri, corespunzător la 0,7 din lungimea plăcuței și deci are o durată mare de exploatare.

Permite schimbarea operativă a plăcuțelor uzate sau avariate, în condițiile unei fiabilități ridicate.

Este robustă, suportînd secțiuni de așchii pînă la 0,3 × 15 mm².

Primită la 10 ianuarie 1977

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Catalog Sandvik-Coromant*, Suedia.
2. * * * *Catalog Fargesta-Seco*, 971, Suedia.
3. * * * *Catalog Walter*, 1973/1974, R.F.G.
4. * * * *Catalog Valenite-Uodeo*, Italia.
5. * * * *Catalog Imperos*, Italia.
6. * * * *Catalog Iscar*, Israel.
7. Belous V., Cozmîncă M., Severineu M., Mînea Gh., Lungu Gh., Panait S., *Freze* ROMASCON *cu plăcuțe fixate mecanic.* Fiabilitatea în construcția de mașini, Iași, pp. 34—37, 1975.
8. Belous V., Cojocaru Gh., Stan M., Mînea Gh. ș.a., *Perfecționări funcționale și tehnologice ale frezelor frontale cu ascuțire continuă FF-DD 1—3.* Lucr. ses. șt. comune ale I.P.I. și I. M. Nicolina, Iași, 1974.
9. Belous V., *O nouă concepție în construcția frezelor frontale armate.* Lucrările celei de a II-a sesiuni republicane în domeniul tehnologiei și utilajului de prelucrare la rece, Timișoara, pp. 116—123, 1973.

UNE NOUVELLE CONSTRUCTION DE FRAISE ROMASCON AVEC PLAQUETTES DURES

(Résumé)

On présente une nouvelle construction de fraise en bout cylindrique ROMASCON, avec plaquettes dures en carbures métalliques, imaginées et réalisées dans le laboratoire „La coupe des métaux et outils coupants" de l'Institut Polytechnique de Jassy. Les nouveaux types de fraises avec plaquettes dures sont caractérisées par la simplification de l'opération d'affûtage et de réaffûtage.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.912

SCHEMĂ HIDRAULICĂ PENTRU ACŢIONAREA MIŞCĂRILOR DE AVANS LA O MAŞINĂ DE RECTIFICAT ELECTROCHIMIC ABRAZIV

DE

I. CONDREA, BORIS PLĂHTEANU, D. ZETU şi N. GHERGHEL

În analiza relaţiilor forţelor de aşchiere, ca şi a influenţei acestora asupra preciziei şi fiabilităţii maşinilor-unelte de rectificat, o atenţie deosebită trebuie acordată componentei radiale [1]. Aceasta poate fi de 2—3 ori (şi chiar de 10 ori) mai mare decît componenta tangenţială. Faptul acesta, ca şi dependenţa forţelor de aşchiere de elementele regimului de aşchiere, complică realizarea unor regimuri optime, atît sub raportul preciziei, cît şi sub cel al productivităţii.

Una din metodele de creştere a preciziei este utilizarea trecerilor de netezire, care însă reduc productivitatea. Metoda care măreşte atît productivitatea cît şi precizia prelucrării constă în folosirea rectificării cu forţă radială constantă, metodă care realizează o oarecare autoreglare a procesului. Modificările avansului longitudinal şi ale vitezei de rotaţie a piesei provoacă variaţia automată a adîncimii de aşchiere, realizînd un debit de aşchii aproximativ constant. Invariabilitatea componentei radiale P_y a forţei de aşchiere condiţionează stabilitatea deformaţiilor elastice, ceea ce are drept consecinţă creşterea preciziei prelucrării şi reducerea dispersiei dimensiunilor.

Metoda aceasta, însă, necesită o anumită modernizare a utilajului existent sau construirea unuia adecvat. La Catedra de maşini-unelte şi scule a Institutului politehnic din Iaşi a fost construită o maşină de rectificat electrichimic abraziv care, utilizînd un sistem hidraulic, realizează un ciclu automat de prelucrare, cu apropierea rapidă (AR) a piesei de rectificat pînă la contactul cu discul abraziv, strîngerea finală în dispozitiv a piesei, o primă fază de rectificare cu avans radial mare ($AL1$) (forţă de apăsare mare), o a doua fază de rectificare de finisare, cu avans redus ($AL2$) (apăsare redusă) şi retragerea piesei (RR). Schema (fig. 1) cuprinde : $H1$ — hidromotor rectiliniu pentru avansul de pătrundere ; $H2$ — hidromotor pentru realizarea avansului longitudinal ; $H3$ — hidromotor pentru strîngerea piesei.

În structura hidromotorului $H1$ intră : electrovalva $D1$, cu patru căi, două poziţii şi centru închis; electrovalva $D2$, cu patru căi, două poziţii, adaptată pentru funcţia închis-deschis ; electrovalva $D3$, cu patru căi, trei poziţii şi centrul închis, la care sunt folosite trei căi ; droselele de cale $Dr1$ şi $Dr2$ cu supape de sens incorporate ; supapele de contrapresiune $Sc1$ şi $Sc2$ şi supapa de reducţie Sr. Circuitul este alimentat de pompa $P1$, iar presiunea maximă este limitată de o supapă adecvată.

În faza (AR), $D2$ se află în poziţia a, $D1$ în poziţia a şi pompa $P1$ alimentează $H1$ prin $Dr1$. Evacuarea are loc prin supapa de sens din $Dr2$ şi $D1$, în rezervor. Piesa din dispozitivul de fixare este fixată uşor de un arc de prestrîngere, astfel că, în momentul atingerii discului abraziv să se

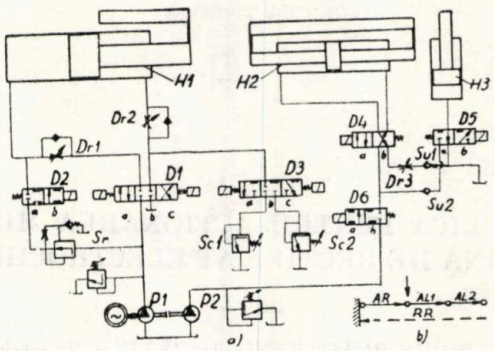


Fig. 1

poată deplasa (puțin) pînă ce un limitator electric de cursă realizează comanda de trecere la faza ($AL1$). În acest moment, $D2$, $D1$ și $D5$ trec în poziția b, $D3$ în a, astfel că alimentarea lui $H1$ are loc prin Sr, pistonul hidromotorului $H3$ realizează strîngerea piesei, iar evacuarea are loc prin supapa $Sc1$ reglată corespunzător. Faza ($AL1$) durează un timp, fixat cu ajutorul unor relee de timp care declanșează comanda de trecere la faza ($AL2$), cînd $B3$ trece în poziția c și contrapresiunea, realizată de supapa $Sc2$, corespunde avansului radial mai mic. Semnalul de trecere la faza (RR) este dat tot de un releu electric de timp. În această fază, $D1$ trece în poziția c, cînd viteza de retragere este reglată cu droselul $Dr2$.

Supapa de reducție permite realizarea unei apăsări constante, chiar la viteze foarte mici cum sînt cele implicate la rectificarea prin pătrundere.

Avansul longitudinal este independent. Viteza avansului este reglabilă cu droselul $Dr3$. Posibilitatea opririi procesului de rectificare fără a opri pompele este asigurată de distribuitoarele $D1$ (a) $D2$ (a) și $D6$ (b).

Primită la 1 februarie 1977

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

SCHÉMA HYDRAULIQUE POUR MACHINE À RECTIFIER D'APRÈS LE PRINCIPE ÉLECTROCHIMIQUE ABRASIV

(Résumé)

On présente une schéma hydraulique qui permet de réaliser une force radiale constante. L'invariabilité de la force radiale P_y conditionne la stabilité des déformations élastiques et, par conséquence, la précision de l'usinaje et la réduction de la variance des dimensions.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 621. 901

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS ON THE CHATTER VIBRATION IN GRINDING ON SUPPORTS

BY

COSTACHE DRUȚU and SILVIA DRUȚU

In the recent years, grinding on supports is a method utilized frequently in processing of the cylindrical surfaces and the surfaces having circle arc profile, either on the outside or the inside of the ring works. Reduction of the auxiliary times and removal of the errors caused by the rotating motion of the work carrying shaft are the main advantages of the method.

Among the parameters which decrease the working precision are the chatter vibrations of the elastic structure in the technological system machine-tool-device-work (MTDW), vibrations which cause, as in other grinding operations, the form deviations into cross section, namely, ovality, polygonality, waviness, etc. Grinding on supports has some particularities concerning the phenomenon of chatter vibrations inscribing in the form of waviness on the processing surface, their coming back with formation of the depth of cut and, the influence of the deviations caused by the previous operation. Similar processes, which occur in centerless grinding, have been reported by F u r u k a w a et al [2]. The investigations carried out by R o m a n o v [3] brought important explanations on geometrical mechanism of oscillations inscribing in form of waviness in the supports grinding.

In the present paper, through application of the analysing methodics of dynamic behaviour of the system in centerless grinding [2], and generally in the transversal grinding [1], [4], the authors want to achieve the modelling of the supports grinding processes, to explain some aspects of the forced oscillations evolution and the system stability for this grinding method.

At the inside grinding, fastening is made on the outside, Fig. 1*a*.

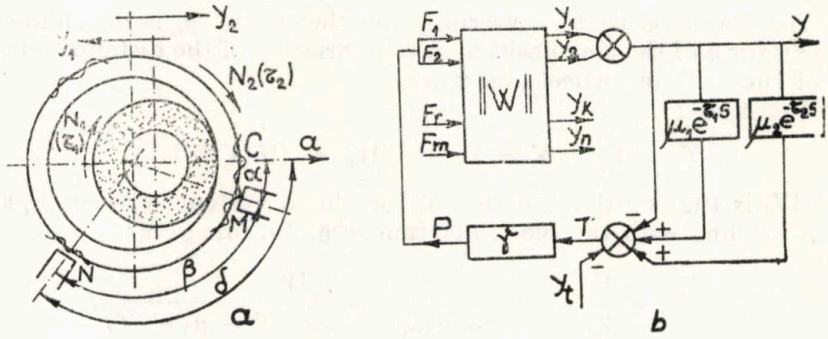


Fig. 1

The block diagram associated to the (MTDW) system, Fig. 1*b*, does not differ essentially from block diagram of the cylindrical grinding with transversal advance between centers [1], [4].

In the block diagram, the elastic structure is considered as a transfer element with m imputs, the forces or moments f_r (Laplace's transformation was noted with F_r) and n outputs, the schiftings or rotations y_k (Laplace's transformation Y_k). Motions of the system are characterized by the matricial equation :

$$\| Y(s) \| = \| W \| \cdot \| F(s) \| , \tag{1}$$

where $\| W \|$ is the matrix of the transfer functions with n lines and m columns. Among the system forces, the forces f_1 and f_2, obtained from the grinding process, were shown. Among the shifts, y_1 and y_2, namely, the radial displacements of the grinding wheel and work, are evidenced. μ_1 and μ_2 are the coefficients of the late back feedings with the rotation periods τ_1 and τ_2. T and P are the Laplace's transformations of the variations of the depth of cut or of the force, respectively. Their relationship is given by the grinding constant γ. Y is Laplace's transformation of the relative displacement between grinding wheel and work. The subunitary coefficient μ_2 takes into account atenuation of the out-of-roundness inscribed on work, due to the grinding wheel radius.

Influence of the waviness $a(t)$ from the outside, produced by the previous operation, can be considered as a variation y_t of the grinding allowance ; the transfer function G of the geometrical mechanism for the waviness $a(t)$ transformation in the positional variation $y(t)$ is :

$$G = \frac{y_t}{A} = \varepsilon_1 e^{-\frac{\alpha}{2\pi}\tau_2 s} + \varepsilon_2 e^{-\frac{\sigma}{2\pi}\tau_2 s} , \tag{2}$$

where ε_1 and ε_2 are the movements in C due to the unitary movements, or in M and N, respectively.

From geometrical drawings, it can be shown that

$$\varepsilon_1 = -\cos\alpha - \sin\alpha \operatorname{ctg}\beta, \quad \varepsilon_2 = -\cos\delta + \sin\delta \operatorname{ctg}\beta. \tag{3}$$

The waviness that is inscribing on the inside, y_t is depending upon both variation of the ring position y_t and variation of the distance y between axes of the grinding wheel and work.

Therefore :

$$Y_i = Y_t + Y = Y_t + Y_t W_y = AG(1 + W_y), \tag{4}$$

where W_y is the transfer function of the closed system between Y_t and Y.

According with the block diagram, Fig. 1*b*, one gets :

$$W_y = \frac{Y}{Y_t} = -\frac{\gamma W}{1 + \gamma W(1 - \mu_1 e^{-\tau_1 s} - \mu_2 e^{-\tau_2 s})}, \tag{5}$$

where W is the transfer function of the elastic structure between P and Y.

The system behaviour at the sinusoidal components with the pulsation ω of the ondulations $a(t)$ is characterized by the frequency response of the geometrical mechanism and the closed system obtained from (2) and (5) by substituting s with $j\omega$.

$$G(j\omega) = \varepsilon_1 e^{-j\frac{\alpha}{2\pi}\tau_2\omega} + \varepsilon_2 e^{-j\frac{\sigma}{2\pi}\tau_2 s}, \tag{6}$$

$$W_y(j\omega) = -\frac{\gamma W(j\omega)}{1 + \gamma W(j\omega)(1 - \mu_1 e^{-j\tau_1\omega} - \mu_2 e^{-j\tau_2\omega})}. \tag{7}$$

Taking into account that pulsation ω of the disturbance created by the outside ondulation with n wawe lengths is :

$$\omega = \frac{2nN_2}{60},$$

equation (6) can be written as :

$$G(jn) = \varepsilon_1 e^{-j\alpha n} + \varepsilon_2 e^{-j\delta n}. \tag{8}$$

The arguments αn and δn, Eq. (8), can be always set in the form :

$$\alpha n = 2(n_1 + \nu_1); \qquad \delta n = 2(n_2 + \nu_2),$$

where n_1 and n_2 are entire numbers, whereas ν_1 and ν_2 are subunitary fractional numbers.

In Figs. 2 *a* and *b* are designed the nomograms for the determination of $G(jn)$. These nomograms were built for the following experimental conditions : $\alpha = 15°$, $\beta = 105°$, $\delta = 120°$, at which $\varepsilon_1 = -0.897$ and $\varepsilon_2 = 0.268$.

For a certain number n of ondulations, on the outside, establishing ν_1 and ν_2 it can draw a point G on one of nomograms, corresponding to the complex number $G(jn)$.

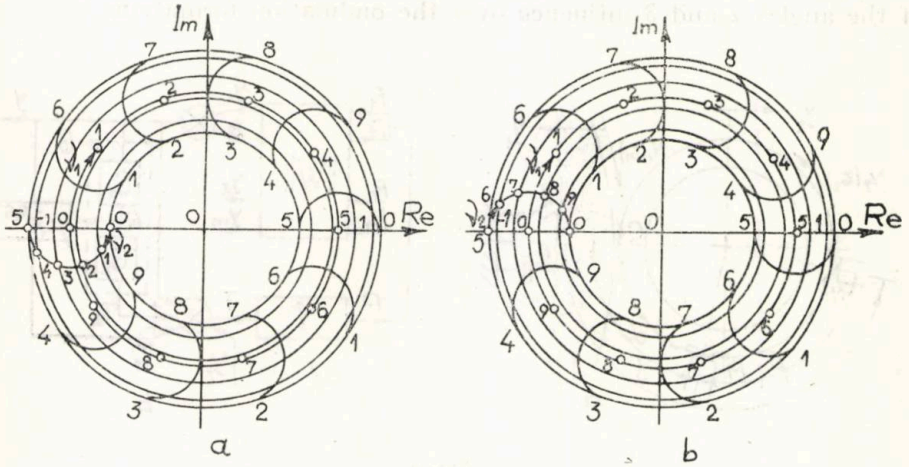


Fig. 2

Relation of n to δ has a great importance since can lead to increasings or decreasing of $|G|$. The effect is more and more significant when ε_2 is higher and higher. The most unfavourable situations are for the numbers n of ondulations which give the pair values of ν_1 and ν_2, in phase.

The latter term which contribute at ondulation formation on the inside, the relative displacement y caused by the variation y_t of the depth of cut, can become significant if only the disturbance pulsation introduced by the outside ondulation exists in neighbourhood of the proper pulsations of the closed system.

Over the oscillations caused by the variations of the grinding allowance, the forced oscillations characterized by the frequency response,

$$(9) \quad W(j\omega) = \frac{Y}{F_r}(j\omega) = \frac{W_r(j\omega)}{1 + \gamma\ W(j\omega)(1 - \mu_1 e^{-j\tau_1\omega} - \mu_1 e^{-j\tau_2\omega} - \mu_2 e^{-j\tau_2\omega})}$$

are superposed. In Eq. (9) the new term is $W_r(j\omega)$, that is the transfer function, in idling time, between $F_r(j\omega)$ and $Y(j\omega)$.

The limits of the system stability are determined by the conditions in which the denominator of the equation (9) admits $j\omega$ as its root.

The outside grinding on supports is outlined in Fig. 3*a*. The block diagram associated to the system is given in Fig. 3*b*.

The transfer function G_1, between Y and R, the Laplace's transformations of the relative oscilation y and of the waviness $R(t)$ caused on the work is :

$$(10) \quad G_1 = \frac{R}{Y} = \frac{\mu_2}{1 + \mu_2\varepsilon_1 e^{-\frac{\alpha}{2\pi}\tau_2 s} + \mu_2\varepsilon_2 e^{-\frac{\delta}{2\pi}\tau_2 s}}.$$

The relation (10) has a great importance since it allows determination of the angles α and δ influence over the ondulation formation.

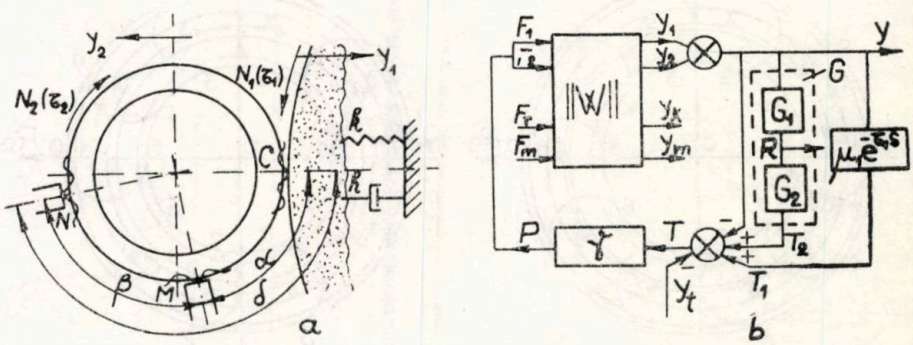


Fig. 3

For the sinusoidal oscillations can be utilized the frequency response:

$$G_1(jn) = \frac{\mu_2}{1 + \mu_2\varepsilon_1 e^{-j\alpha n} + \mu_2\varepsilon_2 e^{-j\delta n}} . \tag{11}$$

In the relation (11), as in (8), it takes into consideration only the ondulations whose wave length exceeds the supports width. The denominator of the right hand term in Eq. (11) can be fixed on nomograms, like those in Figs. 4*a* or 4*b*. The nomograms were built for $\mu_2 = 0.8$; $\varepsilon_1 = 0.365$ and $\varepsilon_2 = 0.815$ that correspond to the experimental conditions $\alpha = 50°$, $\beta = 110°$ and $\delta = 160°$. The fractions ν_1 and ν_2 are determined for each α and n or δ and n, respectively. The most unfavourable situation is found for the oscillations to which correspond $\nu_1 = 0$ fractions or in neighbourhood and particularly, $\nu_2 = 0.5$ or in neighbourhood. In such conditions, the phenomena of the geometrical instability, can be started.

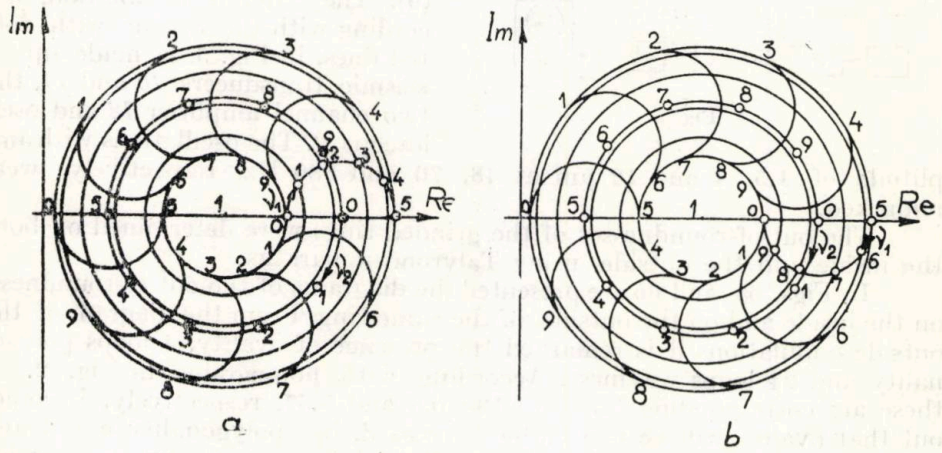


Fig. 4

The transfer function G_2 between R and T_2, Laplace's transformation of the ondulation $R(t)$ and of the variation $T_2(t)$ of the depth of cut is :

$$G_2 = \frac{T_2}{R} = e^{-\tau_2 s} + \varepsilon_1 e^{-\frac{\alpha}{2\pi}\tau_2 s} + \varepsilon_2 e^{-\frac{\delta}{2\pi}\tau_2 s} . \tag{12}$$

Function G that shows the transformation of oscillation $y(t)$ in the depth of cut variation $T_2(t)$ is the product of the functions G_1 and G_2.

Taking into account the block diagram from Fig. 3*b*, in the case of the outside grinding on supports, considering as imput parameter a disturbance F_r, the function of the frequency response of the closed system can be determined :

$$W_f(j\omega) = \frac{Y}{F_r}(j\omega) = \frac{W_r(j\omega)}{1 + \gamma\ W(j\omega)\,[1 - G(j\omega) - \mu_1 e^{-j\tau_2\omega}]} . \tag{13}$$

The system stability is assured untill the limits in which $j\omega$ is admited as root of the denominator in equation (13).

In Fig. 5 is presented the outline of installation utilized for the determination of the amplitude-frequency feature of the frequency response at the inside grinding machine SWäIGL-300. Installation is made up by the sinusoidal generator *1*, power amplifier *2*, exiter *3* with the force transducer *4* and displacement transducer *5*, fixed between support of the ring *6* and the grinding wheel port shaft *7*.

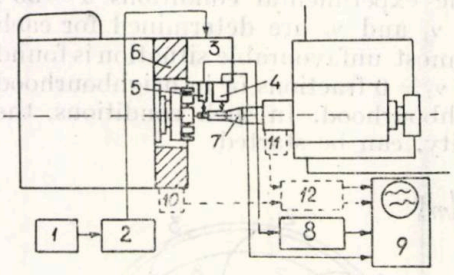
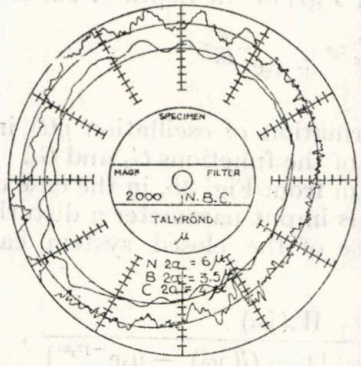


Fig. 5

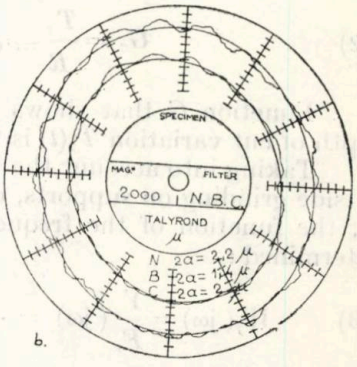
It was determined two proper vibration modes in around frequences of 180 Hz and 450 Hz. It was made measurements of the oscillations on grinding time, corresponding to the transfer function (9). The utilized installation, according with the scheme with dotted lines, in Fig. 5, is made up by seismic transducers *10* and *11*, the two channel amplifier *12* and osciloscope *9*. The oscillations with amplitude of 1.5, 4 and 12 μm at 48, 70 and 380 Hz, respectively, were remarked.

The out-of-roundnesses of the grinded rings were determined on both the inside and the outside, using Talyrond apparatus.

In Figs. 6*a* and 6*b* are presented the diagrams of the out-of-roundness, on the inside and on the outside, of the same ring. From the diagram of the outside ondulations it is remarked the presence of ovality, 4 loops polygonality and 24 loops waviness. According with nomograms in Fig. 2, to these are corresponding $|G| = 1.13$; 0.8 and 0.57, respectively. It comes out that ovality will be transmited increased, but polygonality $n = 4$ and waviness $n = 24$ will be diminished. Pulsation ω given by the outside ondulation is found under the proper pulsation of the structure, so that dynamical phenomena produced by it are negligible.



a



b

Fig. 6

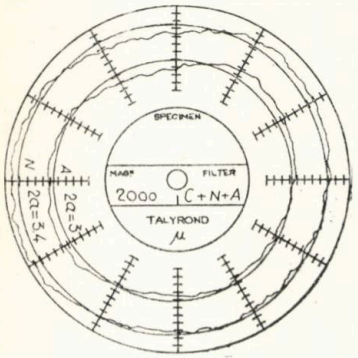


Fig 7.

The diagram of the inside out-of-roundness confirms the conclusion of theoretical analysis. On the diagram from Fig. 6*b*, it can be also remarked the 42 loops waviness produced by the oscillation of 70 Hz (work-number of rotations being 1.7 Hz) given by the grinding wheel disequilibrium.

The experiments carried out at the grinding operation with arrangement of work on supports, using AFCC 350 Machine, have consisted in the determination of oscillations in both idling time and machining time, corresponding to the determination of $|Y(j\omega)|$ according with equation (13) and measurement of the out-of-roundness of the grinded rings.

In Fig. 7 is presented one of drawn diagrams on which is evidenced a triangularity as a result of the amplification of oscillation effect at frequency of 6.8 Hz (work-number of rotations being 2.4 Hz) component of the oscillations spectre received through foundation. According with the nomogram from Fig. 4*a* and the relation (11), for triangularity $|G_1| = 1.25$, that is in good agreement with the experimental result. In the diagram of the out-roundness, Fig. 7, it can be also seen the 11 loops waviness produced by the oscillation with frequency of 28.4 Hz given by the grinding wheel disequilibrium.

Received February 1, 1977

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Machines Tools

REFERENCES

1. Кудинов В. А., Тодоров И. Т., *Закономерности колебании и волнистости круга и изделия при врезном шлифовании.* Ст. и инстр., *2* (1970).
2. Furukawa Y., Miyashita M., Shiozaki S., *Chatter Vibration in Centerless Grinding.* Bull. J.S.M.E., **13**, *64* (1970).
3. Романов Л. В., *Некруглости изделий при бесцентровом шлифовании.* Ст. и инстр., *6* (1970).
4. Druțu C., Druțu S., Berlea T., *Theoretical and Experimental Investigations on Vibration of the Grinding Machine and Their Influence on the Waviness of the Grinded Surface.* Communication presented at the Tehnico-scientific Session of the Bearings Fectory of Bîrlad, Romania, April 20–23, 1972.

CERCETĂRI TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE ASUPRA OSCILAȚIILOR LA RECTIFICAREA PE SUPORȚI

(Rezumat)

În lucrare sînt prezentate particularitățile modelului mecanic și ale diagramei-bloc la rectificarea exterioară sau interioară, cu rezemarea pieselor pe suporți, în comparație cu alte metode de rectificare. Se prezintă funcția de transfer a sistemului și metodele matematice de analiză a comportării sistemului la perturbații interne sau externe și a stabilității sale.

Sînt prezentate instalația și experimentările făcute la catedra de mașini-unelte a Institutului politehnic din Iași.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1–2, 1977
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621. 9

ELABORAREA SCHEMEI ELECTRICE DE AUTOMATIZARE A CICLULUI DE LUCRU LA O MAŞINĂ DE ASCUŢIT ELECTROCHIMIC ABRAZIV

DE

D. ZETU, I. CONDREA, BORIS PLĂHTEANU şi N. GHERGHEL

1. Introducere. Ascuţirea electrochimică abrazivă capătă o răspîndire tot mai largă în tehnologia de ascuţire a sculelor aşchietoare, avînd în vedere înaltele performanţe ale procedeului şi faptul că, deocamdată, procedeul permite utilizarea cea mai raţională a materialelor abrazive superdure, al căror preţ de cost este, încă, ridicat.

Procedeul de prelucrare electrochimică abrazivă se bazează pe desfăşurarea simultană a unui proces de eroziune electrochimică combinat cu procesul de abrazare realizat de discuri abrazive cu granule de diamant şi cu liant metalic, electroconductor. Schema de principiu a procedeului este prezentată în fig. 1.

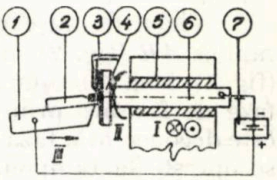


Fig. 1

Piesa de prelucrat *2* (scula ce se ascute) se fixează pe suportul *1*, care are o mişcare de avans de pătrundere *III*, iar discul abraziv *4* este montat în arborele principal *6* de pe suportul *5*, care execută o mişcare rectilinie alternativă *I*. Între piesa *2* şi discul *4*, care sînt puse sub tensiune prin legarea la sursa de curent continuu *7*, se aduce electrolitul prin conducta *3*. La închiderea circuitului electric prin electrolit, are loc procesul de dizolvare anodică a constituienţilor materialului piesei în soluţia de electrolit. Deoarece viteza de dizolvare a diferiţilor constituienţi este diferită, suprafaţa rezultată prin erodarea electrochimică prezintă denivelări mari, pentru corectarea ei fiind necesară intervenţia discului abraziv. Acesta, pe lîngă rolul de îndepărtare a stratului pasiv rezultat din electroliză, realizează şi îndepărtarea constituienţilor cu viteză de dizolvare mai mică, rezultînd, astfel, o suprafaţă netedă, Calitatea suprafeţei se îmbunătăţeşte şi mai mult dacă se prevede la sfîrşitul operaţiei o fază ce se realizează numai prin abrazare mecanică.

2. Prezentarea ciclului de lucru. Pentru aplicarea procedeului de ascuţire electrochimică abrazivă se pot utiliza, în principiu, maşinile de rectificat sau de ascuţit scule obişnuite, la care se fac adaptările necesare, dar s-au realizat şi maşini speciale al căror mod de lucru se deosebeşte substanţial de cel al maşinilor obişnuite. Asemenea maşini au fost realizate de o serie de firme, ca : AGATON, FRITZ, WENDT, ING. WILLI TRETTER, MAPE, HAMMOND-ANOCUT [6], [8], [9].

Cercetările experimentale efectuate la Catedra de maşini-unelte şi scule a Institutului politehnic din Iaşi [2], [3], [4] au pus în evidenţă, pe de o parte, avantajele deosebite ale procedeului (temperatură redusă în zona de lucru, uzură redusă a discului abraziv, productivitate ridicată, costul total al prelucrării redus etc.), iar pe de altă parte, unele neajunsuri ale maşinilor cercetate (lipsa posibilităţii de a regla în mod continuu densitatea de curent, lipsa posibilităţii de a efectua prelucrarea, păstrînd constantă apăsarea între piesă şi discul abraziv, precum şi lipsa unor faze în ciclul de lucru prin care eficienţa procedeului ar putea creşte).

Avînd la bază acumulările teoretice privind procedeul de ascuțire electrochimică abrazivă, precum și rezultatele cercetărilor experimentale efectuate, colectivul de autori ai lucrării de față a inițiat realizarea, în cadrul laboratorului de Mașini-unelte, a unei mașini de rectificat după procedeul electrochimic abraziv cu ciclu de lucru automatizat.

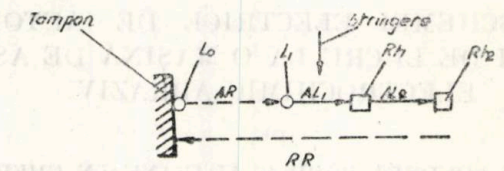


Fig. 2

Ciclul de mișcări ale suportului portpiesă *1* este prezentat în fig. 2. Masa ce susține păpușa portdisc execută o mișcare rectilinie alternativă pe direcția *I* (fig. 1), avînd cursa determinată de poziția limitatoarelor LC_1 și LC_2, mișcarea fiind acționată hidraulic printr-un hidromotor comandat de un sertăraș comutat de un electromagnet (la un capăt) și de un arc (la celălalt capăt).

Ciclul de mișcări ale suportului *1* (fig. 1) cuprinde faza de apropiere rapidă *AR* (fig. 2), necesară pentru a evita șocul între piesa *2* și discul *4* (fig. 1), faza primului avans de lucru AL_1, în care procesul este sub tensiune, faza de finisare prin abrazare pur mecanică AL_2, în care cursa de curent este deconectată, faza de retragere rapidă *RR* și faza de stop, în care suportul se oprește la tampon. La începutul primei faze de lucru, se realizează și strîngerea automată cu un piston hidraulic. Punctele în care se face trecerea de la o fază de lucru la alta sînt determinate de pozițiile limitatoarelor de cursă L_0 și L_1 și de timpii de întîrziere la închiderea contactelor releelor de timp Rt_1 și Rt_2. Mișcarea suportului *1* este, de asemenea, realizată pe cale hidraulică, sertărașele de comandă fiind comandate de electromagneții S_4, S_6, S_7, S_{13}, S_{12}, S_{22} și S_{25} (strîngerea automată). Ciclograma de funcționare a acestora, pe diferitele faze ale ciclului de lucru, este prezentată în tabelul 1.

Tabelul 1

Faza	Electroventile							Execută
	$S_{4'}$	S_6	S_7	S_{13}	S_{12}	S_{22}	$S_{22'}$	
Apropiere rapidă	−	+	−	−	−	−	+	Buton *Pc(1d)*
Avans lucru *1*	+	−	−	−	+	+	+	L_1
Avans lucru *2*	+	−	−	+	−	+	+	Rt_1
Retragere rapidă	−	−	+	−	−	−	+	Rt_2
Stop	−	−	+	−	−	−	−	L_0 (tampon)

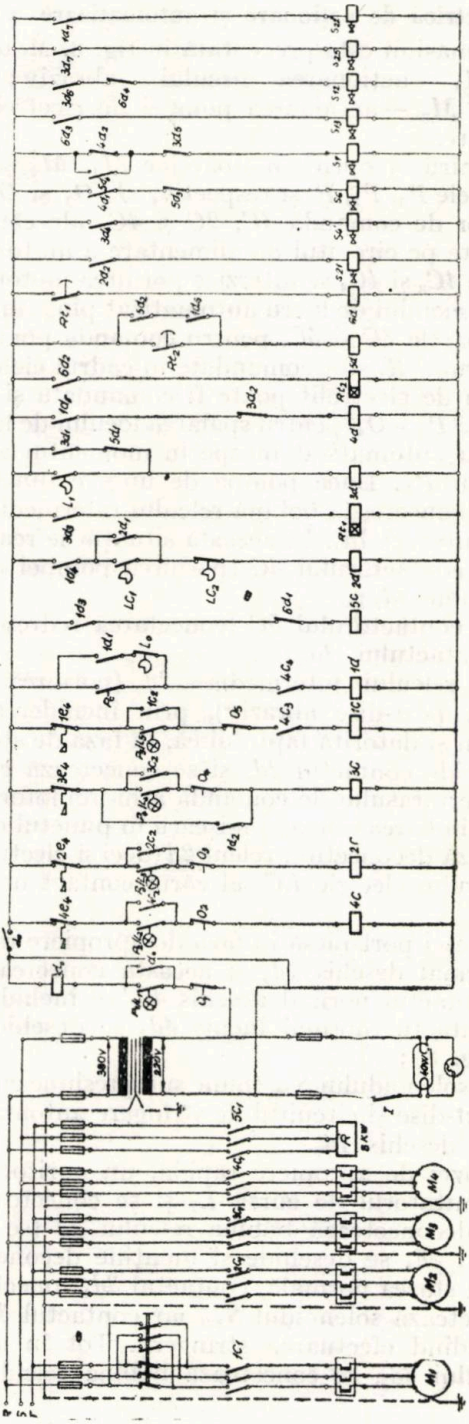


Fig. 3

3. Schema electrică de acționare și automatizare a ciclului de lucru. Schema electrică a mașinii este prezentată în fig. 3. Motoarele de acționare servesc pentru: M_1 — acționarea discului abraziv; M_2 — acționarea panoului hidraulic; M_3 — acționarea pompei de electrolit; M_4 — acționarea pompei de ungere.

Comanda pornirii și opririi motoarelor M_1, M_2 și M_4 se realizează manual, prin butoanele P_5, P_2, P_2 și respectiv, O_5, O_3 și O_2, montate în circuitul contactoarelor de comandă *1C*, *2C* și *4C*, ale căror contacte normal deschise sînt montate pe circuitul de alimentare a motoarelor. Prin contactele normal deschise $4C_3$ și $4C_4$ se interzice pornirea motorului de acționare a discului abraziv și a ciclului de lucru automatizat pînă nu se pornește pompa de ungere. Contactoarele *3C* și *5C*, pentru comanda pompei de electrolit și, respectiv, a redresorului *R*, sînt comandate în cadrul ciclului de lucru automatizat, dar pompa de electrolit poate fi comandată și în afara ciclului de lucru, prin butoanele P_4 și O_4, pentru spălarea locului de lucru.

Ciclul de lucru automatizat începe în momentul apăsării pe butonul de pornire a ciclului P_C. Dacă pompa de ungere funcționează, contactul $4C_4$ este închis și se conectează bobina releului intermediar *1d*, care se autoalimentează prin contactul $1d_1$. În această situație se realizează comenzile:

a) conectarea contactorului *3C* (pornirea pompei de electrolit), prin închiderea contactului $1d_2$;

b) conectarea contactorului *5C* (conectarea redresorului *r* în proces), prin închiderea contactului $1d_3$;

c) conectarea releului intermediar *2d* (pornirea mișcării rectilinii alternative a mesei port-disc abraziv), prin închiderea contactului $1d_4$, prin aceasta, precum și datorită faptului că, în faza de stop, limitatorul LC_1 este apăsat, se închide contactul $2d_2$ și se conectează electromagnetul S_{21} pentru comutarea sertărașului de comandă a hidromotorului de acționare a mesei port-disc. Schimbarea sensului mișcării în punctul opus al cursei mesei port-disc se realizează deconectînd releul *2d* (deci și electromagnetul S_{21} prin acționarea limitatorului electric LC_2 al cărui contact normal închis se deschide);

d) pornirea mesei port-piesă în faza de apropiere rapidă, prin închiderea contactului normal deschis $1d_5$ și aceasta conectează bobina releului intermediar *4d*: contactul normal deschis $4d_1$ se închide și conectează solenoidul S_6, iar contactul normal închis $4d_2$ se deschide și deconectează solenoidul S_7 (v. fig. 3);

e) conectarea solenoidului S_{22}, (pune sub presiune circuitul de acționare a mișcării mesei port-disc și circuitul de strîngere automată, prin închiderea contactului normal deschis $1d_7$.

La sfîrșitul fazei de apropiere rapidă, un opritor de pe masa port-piesă acționează limitatorul de cursă L_1 și se conectează bobina releului *3d*: contactul $3d_2$ deconectează bobina releului *4d* (se deconectează solenoidul S_6), contactul $3d_5$ se deschide și menține deconectat solenoidul S_7, deși $4d_2$ a revenit la starea normală, contactul $3d_4$ conectează solenoidul S_4, contactul $3d_6$ conectează solenoidul S_{12}, iar contactul $3d_7$ conectează solenoidul S_{25}), comandînd efectuarea strîngerii. Tot în acest moment, prin închiderea contactului $3d_3$, se conectează bobina releului de timp Rt_1, al

cărui contact normal deschis se va închide cu întîrziere, după un timp determinat de durata primei faze de lucru.

La sfîrșitul fazei de lucru AL_1, contactul Rt_1 se închide și conectează releul $6d$: contactul $6d_1$ se deschide și deconectează contactorul $5C$ (se întrerupe alimentarea cu curent a procesului, urmînd ca în faza AL_2 să se producă numai o abrazare mecanică —finisarea suprafeței), contactul $6d_2$ conectează bobina releului de timp Rt_2, al cărui contact se închide la sfîrșitul fazei AL_2, contactul $6d_3$ conectează solenoidul S_{13}, iar contactul $6d_4$ deconectează solenoidul S_{12} (v. fig. 3).

La sfîrșitul fazei de finisare AL_2, contactul normal deschis Rt_2 se închide, conectînd releul $5d$ care trece la autoalimentare prin $5d_2$ și $1d_6$ (închis la începutul ciclului) și se trece la faza de retragere rapidă: contactul $5d_1$ deconectează releul $3d$ și, prin deschiderea contactului $3d_4$ se deconectează solenoidul S_4, iar prin închiderea contactului $3d_2$ se conectează releul $4d$, ale cărui contacte $4d_1$ și $4d_2$ se comută. Totuși, menținerea în starea deconectat a solenoidului S_6 și conectarea solenoidului S_7 se realizează prin contactele $5d$ (se deschide) și $5d_4$ și $3d_5$ (se închid). Deconectarea solenoidului S_{13} se produce prin deschiderea contactului $6d_3$, releul $6d$ fiind deconectat prin deschiderea contactului Rt_1 (bobina Rt_1 se deconectează prin deschiderea contactului $3d_3$), iar solenoidul S_{25} se deconectează prin deschiderea contactului $3d_7$. Prin deschiderea contactului $6d_2$, se deconectează și bobina releului de timp Rt_2.

În momentul cînd, la sfîrșitul fazei de retragere rapidă, masa ajunge la tampon, este acționat limitatorul L_0 și începe faza de stop. Contactul normal închis L_0 deschizîndu-se, se deconectează bobina releului $1d$ de pornire a ciclului și se realizează comenzile:

a) întreruperea electrolitului, prin contactul $1d_2$;

b) deconectarea redresorului, prin contactul $1d_3$;

c) întreruperea mișcării mesei port-disc, prin contactul $1d_4$;

d) deconectarea releului $4d$, prin contactul $1d_5$ și a releului $5d$, prin contactul $1d_6$, S_6 rămîne deconectat, iar S_7, conectat;

e) deconectarea solenoidului S_{22}, prin contactul $1d_7$.

Primită la 11 ianuarie 1977

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Blanplain E., *L'affutage électrolytique des outils en carbure dur.* Prat. inds. méc, *5* 128—134 (1969).

2. Caşler Gh., Plăhteanu B., Gherghel N., *Ricerche sopra l'affilatura elettrochimica abrasiva degli utensili con placchette di carburi metallici.* Ingegneria, *7*, 243—247 (1975).

3. Caşler Gh., Plăhteanu B., Gherghel N., *Îmbunătățirea performanțelor sculelor aşchietoare prin ascuțire electrochimică abrazivă.* În vol. „Fiabilitatea în construcția de mașini—MUSD", Iași, pp. 16—19, 1975.

4. Plăhteanu B., Gherghel N., *Cercetări asupra performanțelor ascuțirii electrochimice abrazive a sculelor armate cu plăcuțe din carburi metalice.* Bul. Inst. polit. Iași, XXI (XXV), *3—4*, s. IV (1975).

5. Condrea I., *Hidraulica maşinilor-unelte.* Tipar Rotaprint Iaşi, 1970.
6. Marten K. H., Wolfsburg K. Heck, *Grundlagen und Praxis des elektrochemischen Schleifens von Hartmetall.* Werkstatt und Betrieb, *10*, 615—620 (1968).
7. Zetu D., *Maşini-unelte automate.* E.D.P., Buc., 1976.
8. * * * *Electrolytic Grinders.* Machines Françaises, *85*, 41—42 (1974).
9. * * * ELYCO — *Elektrolytische Hartmetall-Werkzeug-Schleifmaschine TE230/2 mit hydraulischen Arbeirsbewegungen mit zwei Arbeitstisch.*

É'LABORATION DU SCHÉMA ÉLECTRIQUE D'AUTOMATISATION DU CYCLE DE FONCTIONNEMENT D'UNE MACHINE À AFFUTER D'APRÈS LE PRINCIPE ÉLECTROCHIMIQUE ABRASIV

(Résumé)

On présente un cycle de fonctionnement et une schéma d'automatisation du cycle pour une machine à affuter d'après le principe électrochimique abrasiv, réalisée à la Chaire de Machine-outil de l'Institut Polytechnique de Jassy.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.01

ANALIZA STABILITĂȚII SISTEMULUI DINAMIC CU DOUĂ REACȚII ÎNTÎRZIATE, LA RECTIFICARE

DE

COSTACHE DRUȚU

Vibrațiile mașinii de rectificat apar fie ca vibrații întreținute de perturbatori existenți pe mașină sau în vecinătatea ei, fie ca vibrații autoexcitate, cînd sistemul dinamic este instabili Instabilitatea sistemului dinamic la rectificare poate fi cauzată de revenirea în procesul de așchiere a ondulațiilor înscrise pe piesă și pe discul abraziv, fenomen cunoscut sub denumirea de *efect regenerativ*, sau de cuplare a modurilor de vibrație ale structurii elastice a mașinii de rectificat.

Avînd în vedere însemnătatea practică, pentru îmbunătățirea calității rectificării, a elucidării procesului de apariție a autooscilațiilor și a posibilităților de evitare a acestora, mai multe lucrări publicate în ultimii ani și-au propus drept scop alcătuirea unui model mecanic cît mai fidel sistemului real și elaborarea unei metodologii de analiză a stabilității modelului adoptat. Astfel în lucrările [6] și [10] M. Polacek, L. Pluhar și respectiv G. Sweeney, S.A. Tobias determină condițiile de așchiere în care ondulațiile înscrise pe piesă sau pe discul abraziv produc oscilații de aceeași amplitudine ale structurii elastice ceea ce a r corespunde unui proces oscilant stabilizat. Printr-o metodă grafică J. Plainevaux [5] delimitează domeniul în planul complex în care s-ar putea afla rădăcini cvasipozitive pentru ecuația caracteristică a ecuației diferențiale asociate sistemului dinamic, rădăcini cărora le corespund moduri de vibrație nestabile. B. Bartalucci [1], L. Deac [2], V. A. Kudinov [3], F. Sagyebo [7], R. Snoeys [8], Susumu Shiozaki [9] asimilează sistemul dinamic, la rectificare cu un sistem cu reglare automată. Analiza stabilității se face în acest caz fie prin trasarea curbelor limită pentru vibrații staționare în varianta Merrit [4], [2], [7] sau varianta Satche [9], fie prin aplicarea criteriului frecvențial Nyquist [1].

În fig. 1 *a* s-a reprezentat modelul mecanic al structurii elastice iar în fig. 1 *b* schema-bloc asociată sistemului dinamic, în forma considerată a fi cea mai completă. Schemele corespund

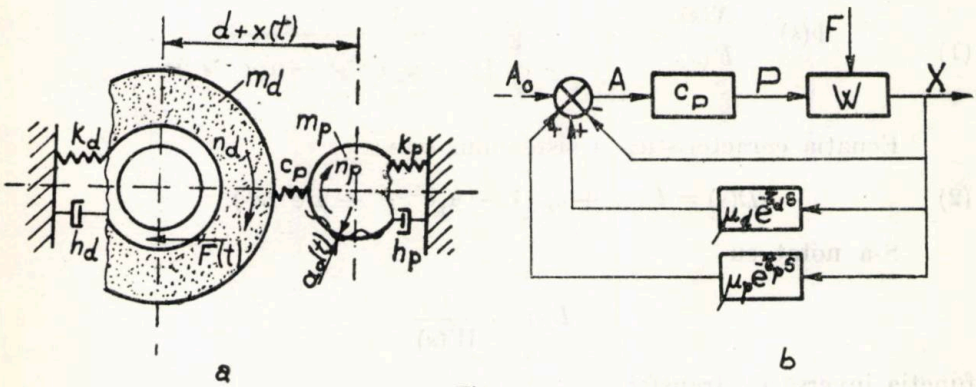


Fig. 1

rectificării cilindrice cu avans transversal însă, pot sta, cu unele modificări nesemnificative, la baza analizei oricărui procedeu de rectificare. Pe fig. 1 *a* și *b* s-a notat cu: m_d, h_d k_d, și m_p, h_p, k_p — masa, coeficientul de amortizare, constanta elastică ale suportului discului abraziv și respectiv ale piesei sau suportului acesteia ; c_P — coeficientul de proporționalitate între variația adîncimii de așchiere $a(t)$ și variația componentei radiale $P(t)$ a forței de așchiere ; d — distanța între axe ; $x(t)$ — componenta variabilă a deplasării elastice a structurii ; $F(t)$ — o forță perturbatoare ce acționează asupra structurii mașinii de rectificat ; $a_0(t)$ — variația adausului de prelucrare ; n_d , n_p — turațiile discului și respectiv piesei ; A_0, A, P, F, X — transformatele Laplace ale funcțiilor $a_0(t)$, $a(t)$, $P(t)$, $F(t)$, $x(t)$; $W(s)$ — funcția de transfer a structurii elastice : μ_p, μ_d — coeficienții de înscriere a oscilațiilor $x(t)$ sub forma ondulațiilor pe piesă și respectiv pe discul abraziv : τ_{p1}, τ_d — timpii pentru o rotație a piesei și respectiv a discului abraziv ; s — variabila complexă.

Deși în unele schematizări ale sistemului dinamic sînt reprezentate simultan reacția negativă directă și reacțiile întîrziate legate de înscrierea ondulațiilor pe discul abraziv și pe piesă, totuși, în analiza stabilității sistemului se iau în considerație numai reacția negativă directă și cîte una din reacțiile întîrziate, cealaltă fiind neglijată. O asemenea simplificare este justificată în următoarele situații: a) frecvența autooscilațiilor este apropiată de frecvența de rotație a piesei, ondulațiile înscrise pe piesă au amplitudinea aproape egală cu amplitudinea oscilațiilor sistemului acțiunea lor este mai puternică decît acțiunea ondulațiilor înscrise pe discul abraziv, care poate fi deci neglijată ; b) frecvența autooscilațiilor este mult mai mare decît frecvența de rotație a piesei, ondulațiile înscrise pe aceasta au amplitudinea foarte mică, ele reprezentînd înfășurătoarea pozițiilor succesive ale discului abraziv [7], [9], și acțiunea lor poate fi neglijată în comparație cu acțiunea mai puternică a ondulațiilor înscrise pe discul abraziv.

Există, însă, situații în care amplitudinile ondulațiilor de pe piesă și de pe discul abraziv sînt de același ordin de mărime. În aceste cazuri, instabilitatea sistemului este efectul prezenței simultane a celor două reacții întîrziate.

În lucrarea de față se prezintă o metodă grafică de analiză a stabilității, prin aplicarea criteriului Mihailov, metodă care poate fi utilizată la analiza atît a sistemelor cu o singură reacție întîrziată cît și a sistemelor cu două sau chiar mai mule reacții întîrziate. Metoda prezentată mai jos poate fi considerată și ca o continuare a metodei diagramelor Satche [9] pînă la o formă care să permită analiza, fără dificultăți prea mari, a sistemelor cu mai multe reacții întîrziate.

După schema - bloc din fig. 1 *b* se poate scrie funcția de transfer a sistemului închis considerînd un perturbator oarecare $F(t)$ ca parametru de intrare și deplasarea $x(t)$ ca parametru de ieșire. După prima rotație a piesei, deci după dispariția urmelor $a_0(t)$ de la operația precedentă, funcția de transfer are forma :

$$\Phi(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{\frac{1}{W(s)} + c_P\,(1 - \mu_p\, e^{-\tau_p s} - \mu_d\, e^{-\tau_d s})} \cdot \tag{1}$$

Ecuația caracteristică a sistemului este :

$$D(s) \equiv I(s) + c_P\,(1 - \mu_p e^{-\tau_p s} - \mu\, e^{-\tau_d s}). \tag{2}$$

S-a notat cu

$$I(s) = \frac{1}{W(s)}$$

funcția inversă de transfer.

Sistemul dinamic este nestabil dacă ecuația (2) are rădăcini cvasipozitive. Întrucît expresia $D(s)$ nu are poli în semiplanul dreapta al variabilei complexe s, rezultă că numărul de rădăcini cvasipozitive este dat de numărul de rotații ale vectorului asociat numărului complex $D(s)$, cînd s parcurge conturul format din dreapta numerelor pur imaginare și semicercul la dreapta cu raza infinită. Se pate arăta că termenul dominant în $I(s)$ este de gradul doi. Rezultă că la parcurgerea semicercului în sensul direct vectorul $D(s)$ va face o rotație completă în același sens. Condiția necesară și suficientă de inexistență a rădăcinilor cvasipozitive este deci ca la parcurgerea de către s a axei imaginare de la $-j\infty$ la $+j\infty$ vectorul $D(s)$ să facă o rotație în sensul invers. Este vorba deci de o aplicare a criteriului Mihailov.

Dacă se notează $s = \alpha + j\omega$ atunci la parcurgerea axei numerelor imaginare $\alpha = 0$ și deci:

$$D(j\omega) \equiv I(j\omega) + c_P - \mu_p c_P\, e^{-j\tau_p\omega} - \mu_d\, c_P\, e^{-j\tau_d\omega}; \tag{3}$$

$I(j\omega)$ este inversul răspunsului frecvențial obținut fie pe cale grafică din acesta, fie trasat direct de la încercarea structurii elastice cu o forță sinusoidală.

Notînd cu:

$$D_1(j\omega) = -\mu_p\, c_P\, e^{-j\tau_p\omega} \quad \text{și} \quad D_2(j\omega) = -\mu_d\, c_P\, e^{-j\tau_d\omega},$$

vectorul D va fi dat de:

$$D = I + c_P + D_1 + D_2.$$

Reprezentarea grafică rezultă ca în fig. 2. Sistemul devine nestabil dacă curba $D(j\omega)$ înconjoară originea axelor de coordonate.

În cele mai multe situații, sistemul dinamic la rectificare este inițial stabil, deci curba $D(j\omega)$ nu înconjoară originea O. Pentru ca curba $D(j\omega)$ să înconjoare originea O trebuie ca în procesul evolutiv al lui c_P, această curbă să treacă și prin originea coordonatelor pentru un anumit c_{P0}. Creșterea lui c_P peste c_{P0} va duce la moduri de vibrație corespunzătoare unor rădăcini cu $\alpha > 0$, deci moduri de vibrație cu amplitudine crescătoare.

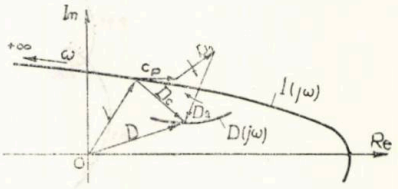


Fig. 2

Problema revine la a determina valorile lui c_p și ω care fac $D(j\omega) = 0$. Valoarea lui ω astfel aflată va determina frecvența modului de vibrație staționar.

Acesta este și punctul de plecare pentru construcția diagramelor Merrit și Satche.

La metoda Merrit [4], [2], [7] se reprezintă valorile $\log|c_P W(j\omega)|$ în ordonată și $\arg[c_P W(j\omega)]$ în abscisă pentru diferite valori ω. Pe același grafic se reprezintă

$$\log \left| \frac{1}{1 - \mu e^{-j\tau\omega}} \right| \quad \text{și} \quad \arg \frac{1}{1 - \mu e^{-j\tau\omega}}$$

pentru diferite valori ω. Existența intersecțiilor între cele două curbe astfel trasate arată starea de instabilitate a sistemului. Valorile ω corespunzătoare punctelor de intersecție dau frecvența modurilor staționare de vibrație.

Shiozaki Susumu [9] folosește pentru analiza stabilității metoda diagramelor Satche reprezentînd curba trasată de vectorul

$$-\frac{Y(j\omega)}{c_P} = -\frac{-m\omega^2 + 2jh\omega + k}{c_P}$$

și cercul trasat de vectorul $1 - \mu e^{-j\tau_p\omega}$.

Existența intersecției acestor curbe arată starea de instabilitate a sistemului.

Funcția complexă $Y(j\omega)$ nu este altceva decît inversul răspunsului frecvențial pentru sistemul cu un singur grad de libertate, în care m, h și k sînt respectiv masa, coeficientul de amortizare și rigiditatea statică ale sistemului.

În lucrarea de față se vor determina valorile c_P și ω pentru care vectorii $I(j\omega)$ și $D_c = c_P(1 - \mu_p e^{-j\tau_p\omega} - \mu_d e^{-j\tau_d\omega})$ sînt egali și de sens contrar, deci curba $D(j\omega)$ (fig. 2) trece prin O.

În fig. 3 este reprezentat un grafic tipic de răspuns frecvențial [1].

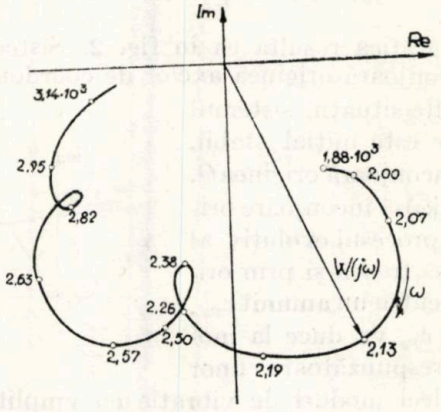


Fig. 3

Curba $I(j\omega)$ în planul complex (fig. 4) se construiește din graficul răspunsului frecvențial $W(j\omega)$ după metoda cunoscută de determinare a inversului unui număr complex.

În același grafic se reprezintă cercul $c_P - \mu_d c_P e^{-j\tau_d\omega}$ pentru valoarea inițială c_{Pi} și un anumit μ_d. În graficul din fig. 4 s-a luat $c_{Pi} = 1$ daN/μm și $\mu_d = 0{,}3$.

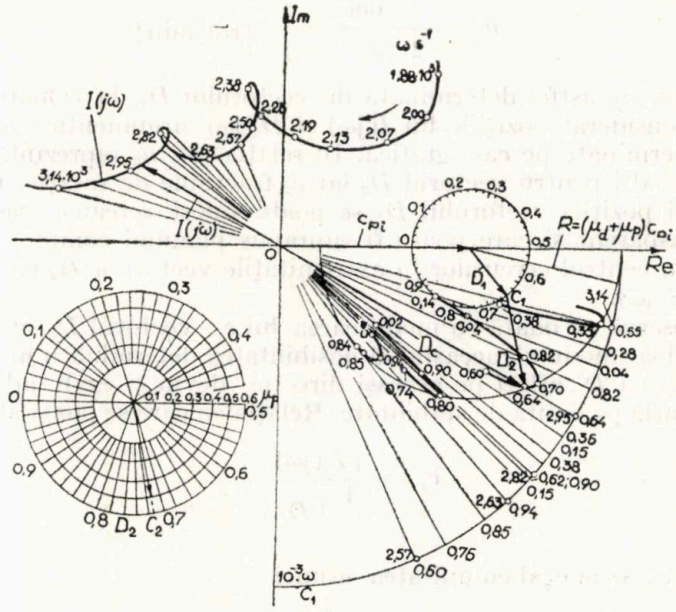


Fig. 4

Timpul τ_d pentru o rotație a discului este dat de

$$\tau_d = \frac{60}{n_d} \quad [\text{sec}] \tag{4}$$

în care n_d este turația discului abraziv în rot/min. Pentru n_d se ia o valoare fixă, ceea ce corespunde cu realitatea întrucît la mașinile de rectificat discul abraziv are de obicei o singură turație. Graficul din fig. 4 s-a trasat pentru $n_d = 1\,800$ rot/min.

Argumentul numărului complex

$$-\mu_d\, e^{-j\tau_d\omega}$$

poate fi exprimat și în rotații :

$$\tau_d\,\omega \quad [\text{rad}] = \frac{\tau_d\,\omega}{2\pi} \quad [\text{rot}] = n_1 + c_1 \quad [\text{rot}], \tag{5}$$

în care n_1 este un număr întreg iar c_1 un număr pozitiv subunitar.

Pentru ușurința identificării vectorilor $I(j\omega)$ și $D_1(j\omega)$, care corespund acelorași valori ω, s-au notat fracțiunile c_1 corespunzătoare și pe prelungirea vectorilor $I(j\omega)$.

Din extremitatea vectorilor $D_1(j\omega)$ se duc cercuri de rază $\mu_p c_{Pi}$ pînă la intersecția cu prelungirea vectorilor $I(j\omega)$ pentru același ω și se determină astfel vectorul D_2 care compus cu c_P și D_1 dau un vector rezultant D_c^* pe aceeași direcție cu $I(j\omega)$. Construcția s-a făcut pentru $\mu_p = 0{,}5$. Fracțiunea c_2 fixată de vectorul D_2 duce la determinarea turației piesei n_p după relația :

$$n_p = \frac{60\omega}{2\pi(n_2 + c_2)} \quad [\text{rot/min}]. \tag{6}$$

Turația n_p astfel determinată dă vectorului D_2, la valoarea ω pentru care s-au considerat pozițiile lui $I(j\omega)$ și $D_1(j\omega)$, argumentul corespunzător poziției determinate pe cale grafică. În relația (6), n_2 reprezintă un număr întreg de rotații pentru vectorul D_2 iar c_2 fracțiune de rotație. Pentru ușurința fixării poziției vectorului D_2 se poate folosi rețeaua trasată pe un suport transparent și care poate fi suprapus planului complex și deplasat pe acesta cu centrul cercurilor în extremitățile vectorilor D_1 corespunzători vectorilor $I(j\omega)$.

Se observă că odată cu modificarea lui c_P, vectorul D_c^* nu-și modifică direcția ci doar modulul; aceasta dă posibilitatea determinării lui c_{Po}, la care vectorii $I(j\omega)$ și D_c^*, aflați pe aceeași direcție, devin și egali, adică sistemul dinamic se află pe limita de stabilitate. Relația cu care se poate afla c_{Po} este :

$$c_{Po} = \frac{|\, I\ (j\omega)\ |}{\frac{1}{c_{Pi}}\, |\, D_c^*\ |}. \tag{7}$$

Dacă c_{Pi} se ia egal cu unitatea, atunci

$$c_{Po} = \frac{|\, I(\ j\omega)\ |}{D_c^*}. \tag{8}$$

Atît $I(j\omega)$ cît și D_c^* se măsoară din grafic pentru fiecare ω.

Desigur prezintă interes dintre valorile c_{Po} valoarea minimă $c_{Po\min}$ la care sistemul, avînd anumită turație la piesă, va deveni mai repede nestabil.

Din fig. 4 se deduce $c_{Po\min} = 0{,}57$ daN/μm și corespunde la o pulsație $\omega = 2{,}96 \cdot 10^3$ sec și $c_2 = 0{,}7$. Cu aceste valori din relația (6) se deduc turațiile n_p ale piesei.

Urmărind pe graficul din fig. 4 și alte valori ω în vecinătatea lui $\omega = 2{,}96 \cdot 10^3$ sec^{-1} cărora le corespund valori c_{Po} în vecinătatea lui $c_{Po\min}$ și determinînd corespunzător turațiile n_p se poate trasa graficul care leagă valorile turației piesei, la aceeași turație a discului abraziv, cu valorile c_{Po} la care apar autooscilațiile. În fig. 5 este trasată o zonă dintr-un asemenea grafic cuprinzînd turații ale piesei între 300 și 326 rot/min.

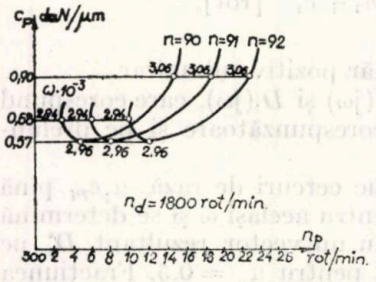


Fig. 5

S-a făcut deci o analiză a stabilității ținînd seama de acțiunea simultană a două reacții întîrziate. Se pot desprinde cîteva concluzii.

Din grafic (fig. 4) se observă că zona din curba $I(j\omega)$ care interesează la analiza stabilității este aceea la care cercul de rază $R = (\mu_d + \mu_p)\, c_{Pi}$ intersectează prelungirea vectorilor $I(j\omega)$. Domeniul valorilor ω astfel delimitat reprezintă și domeniul valorilor pulsațiilor autooscilațiilor posibile.

În cazul analizat, autooscilații apar numai cu pulsații $\omega > 2{,}63 \cdot 10^5$ sec^{-1}.

Rezultatul suprapunerii acțiunii ondulațiilor de pe piesă cu acțiunea ondulațiilor de pe discul abraziv este, în primul rînd, acela al micșorării substanțiale a valorii $c_{P0\min}$ la care apar autooscilațiile. În al doilea rînd, se formează acum o bandă de frecvențe pe care apar autooscilații, la aceeași turație a discului abraziv, funcție de turația piesei, bandă care se reduce la o singură valoare a frecvenței autooscilațiilor în cazul considerării numai a efectului regenerativ legat de discul abraziv. De asemenea, în cazul considerării ambelor efecte regenerative, există un domeniu al valorilor $c_{P0\min}$ la care apar autooscilațiile și nu o singură valoare. Lățimea acestui domeniu este nesemnificativă la turații mici ale piesei, ea poate deveni, însă, importantă la valori mai mari ale turației piesei.

Situațiile cele mai defavorabile sînt acelea la care turația piesei are asemenea valori încît ondulațiile înscrise pe piesă revin în procesul de așchiere „în fază" cu cele de pe discul abraziv. Vectorii D_1 și D_2 sînt, în acest caz, în prelungire. Aceste valori sînt apropiate între ele la turații mici ale piesei (fig. 5) dar sînt substanțial distanțate la turații mari ceea ce ar permite în asemenea cazuri, o alegere corespunzătoare a turației piesei care să mărească rezerva de stabilitate a sistemului.

Metoda prezentată poate fi aplicată, evident, și la analiza stabilității sistemelor la care se ia în considerație numai o singură reacție întîrziată. Construcția grafică poate fi făcută :

a) pentru o singură turație a elementului purtător de reacție, caz în care se află c_P și ω determinanți pentru autooscilație ; se poate determina numărul de treceri prin O ale curbei $D(j\omega)$ (fig. 2) număr care exprimă tot atîtea rădăcini cvasipozitive ale ecuației (2), cărora le corespund autooscilații cu amplitudine crescătoare ;

b) pentru un domeniu al acestor turații, caz în care se poate trasa graficul curbelor ce separă domeniul de stabilitate de cel de instabilitate.

Primită la 15 ianuarie 1977

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Bartalucci B., Lisini G. G., *Grinding Process Instability.* Trans. ASME, *3*, **91**, Ser. B (1969).
2. Deac L., *Contribuții la studiul preciziei la rectificare.* Teză de doctorat, Inst. polit. Cluj.
3. Кудинов В. А., Тодоров Н. Т., *Закономерности развития колебаний и волнистости круга и изделия при врезном шлифовании.* Ст. и инстр., *2* (1970).
4. Merrit H. E., *Theory of Self-Excited Machine-Tool Chatter.* Trans. ASME, *11*, Ser. B (1965).
5. Plainevaux J. E., *Théorie du broutement dans les opérations de rectification cylindrique.* Revue générale de mécanique, *94* (1956) ; *98* (1957).
6. Polacek M., Pluhar L., *Selbsterregte Schwingungen beim Schleifen.* Mashinenmarkt, **70**, *11* (1964).
7. Sagyebo Fr., *Contribuții la determinarea preciziei de prelucrare prin rectificare.* Teză de doctorat, Inst. polit. Cluj.
8. Snoeys R., *Le vibrazioni autoeccitati nel processo di rettifica.* Ingegneria mecanica, *2* (1968).

9. Susumu Shiozaki, Masakazu Miyashita, *Generation and Growing up Process of Sel-Excited Chatter Vibration in Grinding.* Bull. JSME, **13**, *63* (1970).
10. Sweeney G., Tobias S. A., *Un metodo algebrico per la determinazione della stabilità dinamica delle macchine utensili.* Macchine, *5* (1965).

L'ANALYSE DE LA STABILITÉ DU SYSTÈME DYNAMIQUE AVEC DEUX RÉACTIONS RETARDÉES, À LA RECTIFICATION

(Résumé)

On présente brièvement quelques méthodes d'analyse de la stabilité dynamique des machines à rectifier. Pour le cas du système présentant deux réactions retardées, provoquées par les ondulations de la pièce et de la meule abrasive, on présente le modèle mécanique et mathématique. La fonction de transfère du système dynamique est donnée. À l'aide d'une méthode graphique, dérivée du critère Michailov, on effectue l'analyse de la stabilité du système.

En conclusion, on établit les particularités de l'évolution vers l'instabilité du système dans le cas quand les deux réactions retardées sont présentes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

У. Д. К. 621.9

О ВОЗМОЖНОСТЯХ ОЦЕНКИ ОБРАБОТЫВАЕМОСТИ СВЕРЛЕНИЕМ

КОНСТАНТИН ПИКОШ, ТРАЯН ГРЭМЕСКУ и ЛАУРЕНЦИУ СЛЭТИНЯНУ

1. Общие основания. Как известно [1], обрабатываемостъ материала резанием — это понятие, которое характеризует поведение материала при обработке. Материал является легко обрабатываемым, если : 1) позволяет применение болъших экономических скоростей резания ; 2) приводит к возникновению малых сил и моментов ; 3) обеспечивает осуществление малой шероховатости обработываемой поверхности и т.д.

В соответствии с конкретными промышленными условиями, возникла необходимость установления обрабатываемости материалов при определённых методах обработки. Эти показатели сохраняют своё значение при соблюдении начальных предписанных условий.

2. Метод и приборы, используемые в лаборатории технологии машиностроения. В лаборатории технологии машиностроения Ясского политехнического института возник вопрос определения обрабатываемости сверлением нескольких железных сплавов. Как было показано выше, возможно определить обрабатываемость и на основании режущих сил, в случае использования постоянной рабочей подачи.

Вопрос ставится и следующим образом : вместно определения величины сил и моментов резания, передаётся инструменту постоянную силу резания, используя для оценки обрабатываемости время, необходимое для получения отверстия постоянной длины или длину отверстия, сделанного в определённый промежуток времени. Литература регисрирует ряд испытаних в этом направлении [2], [3].

Исходя из вышеизложенных предпосылок, был построен стэнд для исследования обрабатываемости сверлением с постоянной силой подачи (рис. 1). На оси ручки ручной подачи сверлильного станка MG 13 был установлен ведомый шкив *1*, приводимый в вращательное движение под действием веса *2*. Пройденная вершиной сверла длина в обрабатываемом материале определяется с помощью циферблата *3* и индикатора с круглым нониусом *4* (точность 0,02 мм), установленным на оси ручки для ручной подачи.

Для установления времени, необходимого для исполнения отверстия используется реле времени *5*. Энергия, поглощённая во время резания, определяется с помощью счётчика *6*. Для установления длины обрабатываемого отверстия можно использовать органичитель хода *7*. Счётчик количества оборотов *8* использован для определения количества оборотов сверлильного шпинделя, необходимых для исполнения одного отверстия.

Моментальную остановку сверлильного шпинделя в конце хода определённой длины или после истечения заранее установленного времени осуществляют с помощью реле торможения *9*.

Описанный стэнд позволяет определение показателей обрабатываемости в двух случаях :

а) при сохранении постоянной длины отверстия, сделанного в некотором материале, можно определить число оборотов сверлильного шпинделя, необходимое время и энергии, поглощённую от сети ;

б) при сохранении постоянного времени исполнения испытания, можно определить значения длины исполненного отверстия, энергии, поглощённой от сети, и количество оборотов сверлильного шпинделя.

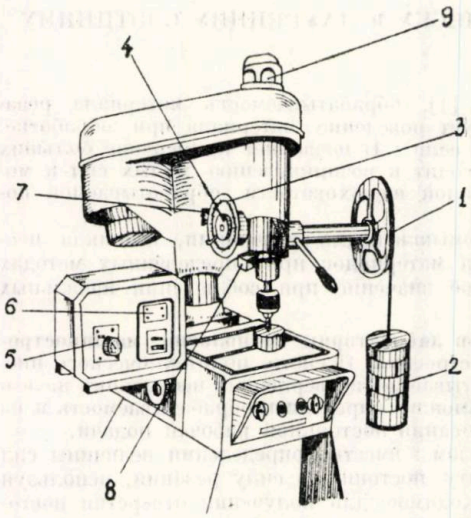


Рис. 1

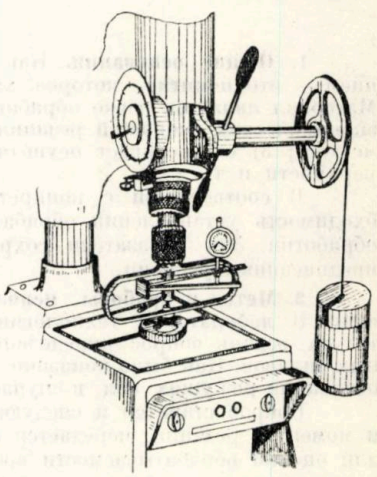


Рис. 2

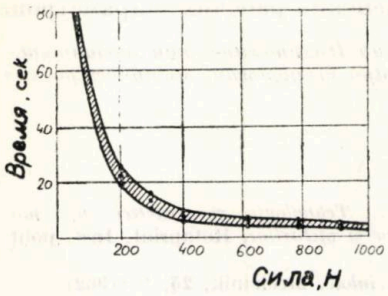
3. Экспериментальные результаты. Используя описанный стэнд, были исполнены испытания на нескольких железных сплавах. Установление величины осевой силы осуществилось динамометром типа P.G.H. (ГДР). Если ставить на чашку *2* гири различного веса, можно определить величину силы, действующей вдоль сверлильного шпинделя (рис. 2). Материалами для испытаниями служили стали OLC 45 (STAS 880-66), 41 CN 12 (STAS 791-66) в состоянии поставки и два серых чугуна (один с химическим составом 3,52% C, 2,23%Si, 0,4% Mn, 0,14% P и 0,07% S, а другой с химическиж составом 2,98% C, 3,12% Si, 1,13% Mn, 0,07% и 0,085% P).

На основе полученных экспериментальных данных, были составлены диаграммы на рисунках 3, 4, 5, 6.

На рис. 3 можно замечать дисперсию экспериментальных результатов изучения влияния осевой силы на время, неободиное для обработки одного отверстия с диаметром ∅7 мм и с длиной $L = 10$ мм, в сером чугуне.

Диаграмма на рис. 4 выявляет изменение времени для каждого из четырёх материалов, в зависимости от величины осевой силы F_a, при обработке одного отверсия с длиной $L = 10$ мм, сверлос с диаметром 6 мм.

На рис. 5 замечается изменение энергии, поглощённой во время резания при увеличении силы F_a, причём усилилось и изменение рабочего времени.



Рус. 3

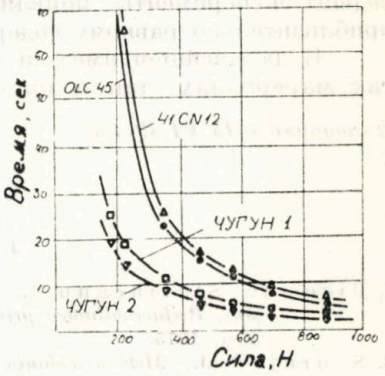


Рис. 4

На рис. 6 изображена длина проникновения сверна с ∅ 9 мм, при расширении отверстия (рис. 7) с ∅3 мм, в 2 сек., под осевой силой F_a = = 200 Н.

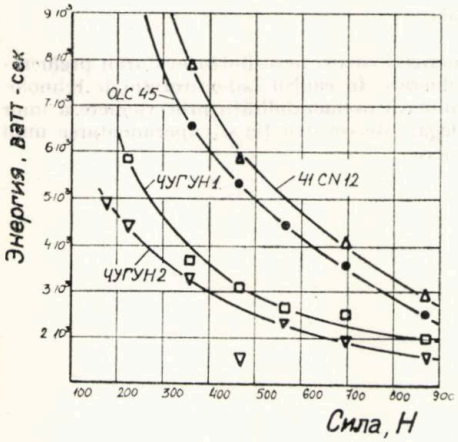


Рис. 5

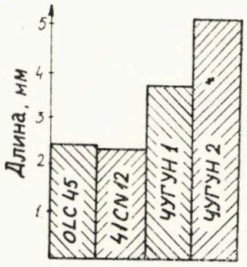


Рис. 6

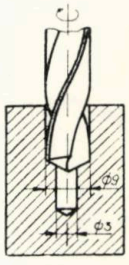


Рис. 7

Начальной отверстие с ∅3 мм было обработано ввиду исключения возможного влияния износа поперечного острия на экспериментальные результаты.

4. Заключения. Установлено, что построенный в нашей лаборатории стэнд может быть использован при испытаниях для быстрой оценки обрабатываемости сверлением различных материалов. Экспериментальные данные показывают, что возможны более резкие различия, особенно

в случае небольших осевых сил. Обрабатываемость сверлением чугуна, оцениваемая с помощью описанного стэнда, лучше, чем обрабатываемость сталей. Между указанными типами стали, на которых были проведены эксперименты, появляются незначительные различия, благодаря приблизительно равному содержанию углерода.

В дальнейшем имеется в виду расширение испытаний, как на других мареriалах, так и на основании изменения рабочих параметров.

Поступила в 15 VI 1977 г.

Ясский Политехнический институт,
Кафедра технологии машиностроения

ЛИТЕРАТУРА

1. Picoș C., Slătineanu L., Grămescu T., *Tehnologia construcției de mașini. Prelucrabilitatea prin așchiere a fontelor și oțelurilor.* Rotaprint, Inst. polit. Iași, 1975.
2. Szurajew J., *Metodu badania skrawalnosci materialow.* Mechanik, **25**, *9* (1962).
3. Vetiska A., *Prispevek k otazce obrobitelnosti sede a temperovane litiny.* Sleverenstvi, **17**, *4/3* (1969).

ASUPRA UNOR POSIBILITĂȚI DE APRECIERE A PRELUCRABILITĂȚII PRIN BURGHIERE

(Rezumat)

Condițiile industriale de lucru ridică în numeroase cazuri necesitatea evaluării prelucrabilității materialelor prin anumite procedee de prelucrare. În cadrul Laboratorului de tehnologia construcției de mașini s-a pus problema determinării prelucrabilității prin așchiere a unor aliaje feroase. Lucrarea prezintă cîteva probleme legate de construcția și experimentarea unui stand pentru studiul prelucrabilității prin burghiere.

1978 APR 2 1

40822

F 1503/4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIII (XXVII)

Fasc. 3—4

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1977

MOSZAKI KÖNYVTÁRES
ORSZÁGOS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT
1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIII (XXVII)

Fasc. 3—4

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1977

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU, prof. dr. doc. N. V. BOȚAN, prof. dr. ing. GH. CAȘLER, prof. dr. ing. M. GAFIȚANU (președinte), prof. dr. P. MÂLCOMETE, prof. dr. doc. D. MANGERON, prof. dr. ing. T. SILION, acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU, prof. dr. ing. I. VLAD

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

IV. MECANICĂ TEHNICĂ

Conf. dr. ing. PAUL MATEI
Prof. dr. ing. DAVID PERETZ
Prof. dr. ing. C. PICOȘ

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. doc. ing. ALFRED BRAIER (secretar de redacție)
Șef de lucrări ing. I. CONDREA (secretar de redacție adjunct)
Asist. ing. ANETA BRAIER (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXIII (XXVII), fasc. 3—4 1977

Secţia IV

MECANICĂ TEHNICĂ

SUMAR

Pag.

N. IONIŢĂ, K. V. LEUNG (Canada), D. MANGERON şi M. N. OGUZTORELI (Canada), Metoda tangenţială în studiul maşinilor şi mecanismelor. (I) Noi posibilităţi de folosire a mecanismului lui Leonardo da Vinci (rusă, rez. rom.) 7

ALFRED BRAIER, LEONARD CUŢU, ANETA BRAIER şi MARIA VIAŞU, Utilizarea mijloacelor geometriei descriptive în cinematica rigidului. (I) Repartiţia vitezelor (rom., rez. franc.) 11

VICTOR FLORIN POTERAŞU, Sinteza senzitivităţii controlului optimal pentru sisteme cu parametri distribuiţi. (I) Funcţii de senzitivitate şi ecuaţii de senzitivitate (engl., rez. rom.) 19

GEORGE BĂLAN, Asupra vibraţiei verticale la maşina de frezat (rom., rez. franc.) 25

M. D. GAFIŢANU şi C. R. RACOCEA, Optimizarea dimensională a rulmenţilor cu role. (II) Capacitatea dinamică de bază şi durabilitatea (engl., rez. rom.) 31

SPIRIDON CREŢU şi M. D. GAFIŢANU, Efecte dinamice la angrenarea roţilor din poliamidă (engl., rez. rom.) 43

I. CURIEVICI, D. PERETZ, M. URSESCU, S. ŞERBAN şi A. SEGAL, Studiul transferului de căldură local la curgerea amestecurilor bifazice greu volatile (rom., rez. germ.) 49

PAUL MATEI, Un model electric pentru cîmpul hidrodinamic la turbomaşinile diagonale (rom., rez. franc.) 55

VIRGIL GIURCĂ, VICTOR ZUBCU, CONDRAT-ADRIAN HOMUTESCU şi GH.-ROMANO TERZEA, Economizoare de mers în gol forţat (rusă, rez. rom.) 61

D. ZETU şi GH. LUNGU, Cercetări experimentale privind determinarea capacităţii de amortizare a subansamblului arbore principal de la maşinile-unelte (rom., rez. franc.) 65

N. GHERGHEL şi BORIS PLĂHTEANU, Consideraţii asupra evaluării uzurii discurilor cu diamant utilizate la rectificarea electrochimică-abrazivă (rom., rez. germ.) 69

GH. LUNGU, Influenţa mediilor de ungere-răcire asupra ghidajelor de alunecare placate cu materiale plastice în pelicule subţiri (rom., rez. franc.) . . . 75

LIVIA BRUJA şi D. ZETU, Cercetări teoretice privind creşterea preciziei de prelucrare pe maşini-unelte (rom., rez. germ.) 79

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tome XXIII (XXVII), Fasc. 3—4 1977

Section IV

APPLIED MECHANICS

CONTENTS

Pp.

N. IONIŢĂ, K. V. LEUNG (Canada), D. MANGERON et M. N. OGUZTORELI (Canada), Méthode tangentielle dans l'étude des mécanismes et des machines. (I) Nouvelles possibilités d'utilisation du mécanisme de Leonardo da Vinci (Russian, Romanian summary) 7

ALFRED BRAIER, LEONARD CUŢU, ANETA BRAIER et MARIA VIAŞU, Utilisation des procédés de la géométrie descriptive dans la cinématique du solide rigide. (I) Distribution des vitesses (Romanian, French summary) . . 11

VICTOR FLORIN POTERAŞU, Sensitivity Synthesis of Optimal Control for Distributed Parameter Systems. (I) Sensitivity Functions and Sensitivity Equations (English, Romanian summary) 19

GEORGE BĂLAN, Sur les vibrations verticales des machines fraiseuses (Romanian, French summary) 25

M. D. GAFIŢANU and C. R. RACOCEA, Dimensional Optimization of the Roller Bearing. (II) Basic Dynamic Capacity and Durability (English, Romanian summary) 31

SPIRIDON CREŢU and M. D. GAFIŢANU, Dynamic Effects of Gear Tooth Action of Polyamide Gears (English, Romanian summary) 43

I. CURIEVICI, D. PERETZ, M. URSESCU, S. ŞERBAN und A. SEGAL, Über den örtlichen Wärmeübergang einer zweiphasen Strömung mit schwerverdampfbaren Flüssigkeitstropfen in Gasen (Romanian, German summary) 49

PAUL MATEI, Un modèle électrique pour le champ hydrodynamique des turbomachines diagonales (Romanian, French summary) 55

VIRGIL GIURCĂ, VICTOR ZUBCU, CONDRAT-ADRIAN HOMUTESCU and GH.-ROMANO TERZEA, Forced Idle Running Economizors for Carburator Engines (Russian, Romanian summary) 61

D. ZETU et GH. LUNGU, Recherches expérimentales concernant la détermination de la capacité d'amortissement du sousensemble arbre principal des machines-outils (Romanian, French summary) 65

N. GHERGHEL und BORIS PLĂHTEANU, Betrachtungen über die Bestimmung der Verschleisses von Schleifscheiben mit Diamantenkörung beim elektrochemischen Schleifen (Romanian, German summary) 69

GH. LUNGU, Effects du médium de lubrification-refroidissement sur les glissières plaquées avec matières plastiques en pellicules minces (Romanian, French summary) 75

LIVIA BRUJA und D. ZETU, Theoretische Forschung für das Wachstum der Genauigkeit bei Bearbeitung bei Werkzeugmaschinen (Romanian, German summary) 79

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Том XXIII (XXVII), вып. 3—4 1977

Секция IV

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Н. ИОНИЦЭ, К. В. ЛЁН (Канада), Д. МАНЖЕРОН и М. Н. ОГУЗТОРЕЛИ (Канада), Тангенциальный метод в исследовании машин и механизмов. (I) Новые восможности использовании механизма Леонардо да Винчи (русск., рез. рум.) 7

АЛФРЕД БРАИЕР, ЛЕОНАРД КУЦУ, АНЕТА БРАИЕР и МАРИЯ ВИАШУ, Использование методов начертательнои геометрии в кинематики твердого тела (I) (рум., рез. франц.) 11

ВИКТОР ФЛОРИН ПОТЕРАШУ, Синтез уювствительности оптимального управления для систем с распределенными параметрами (I) (англ., рез. рум.) 19

ДЖЕОРДЖЕ БЭЛАН, О поперечных колебании фрезерных станков (рум., рез. франц.) 25

М. Д. ГАФИЦАНУ и К. Р. РАКОЧА, Оптимизация размеров роликоподшипников (II) 31

СПИРИДОН КРЕЦУ и М. Д. ГАФИЦАНУ, Динамические эффекты на расцепление полиамидовых зубчатых колес (англ., рез. рум.) . . 43

И. КУРИЕВИЧ, Д. ПЕРЕЦ, М. УРСЕСКУ, С. ШЕРБАН и А. СЕГАЛЬ, Исследование локальной передач тепла в течении бифазных смесей (рум., рез. нем.) 49

ПАУЛ МАТЕИ, Электрически модель для гидродинамического поля в диагональных турбомашин (рум., рез. франц.) 55

ВИРДЖИЛ ДЖИУРКЭ, ВИКТОР ЗУБКУ, КОНДРАТ-АДРИАН ХОМУТЕСКУ и ГЕОРГЕ-РОМАНО ТЕРЗЕА, Устроиства принудительного холостого хода карбюраторных двигателей (русск., рез. рум.) 61

Д. ЭЕТУ и Г. ЛУНГУ, Экспериментальные исследования для определении способности затухания шпинделя станков (рум., рез. франц.) 65

Н. ГЕРГЕЛ и БОРИС ПЛЭХТЯНУ, Об оценка износа алмазных круг использованы в электрохимическое-абразивное шлифование (рум., рез. нем.) 69

Г. ЛУНГУ, Влияние смазочно-охлаждающие средства на направляющие сколжения плакирование с пластмассы в тонких слоях (рум., рез. франц.) 75

ЛИВИЯ БРУЖА и Д. ЗЕТУ, Теоретические исследования для повышения точности обработки на металлорежущих станках (рум., рез. нем.) 79

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

У.Д.К 681

ТАНГЕНЦИАЛЬНЫЙ МЕТОД В ИССЛЕДОВАНИИ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

I. НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕХАНИЗМА ЛЕОНАРДО ДА ВИНЧИ

Н. ИОНИЦЭ, К. В. ЛЁН, Д. МАНЖЕРОН и М. Н. ОГЮЗТОРЕЛИ

Посвящается светлой памяти Академика И. И. АРТОБОЛЕВСКОГО, Паст-Президента Международной Федерации Теории Машин и Механизмов—IFToMM

1. Третий из авторов предложил на первой научно-исследовательской сессии Ясского Политехнического Институа (окт. 1953 г.) расширить рамки исследований по теории машин и механизмов (ТММ) привлекая к этому различные известные специалистам по математике методы, как напр., приёмы тангенциальной геометрии, матрично-тензорные методы и др., выкристаллизованные впоследствии в широкий ряд работ авторов и их сотрудников, используемых затем многими другими исследователями в НРБ, ГДР, ГФР, Канада, СРР, СССР, США, СРЧ и—посколько нам известно—Японии.

Ценнейший импульс развития соответствующих методов в области ТММ был дан работами Второго Всесоюзного Совещания по ТММ (Москва, март, 1958 г.), многогранно вдохновлённого работами светлой памяти Акад. АН СССР И. И. Артоболевского и его Школы, возглавляемой Институтом Машиноведения.

В настоящей заметке авторы, привлекая к исследованиям ТММ неоценимые возможности ЭВМ и проведя соответсвующие программирования, расширяют диапазон применений механизма эллипсографа Леонардо да Винчи (равностороннего кривошипно шатунного механизма) продолжив использование тангенциального метода выкристаллизовавшегося в ряде предыдущих работ, как например [1] ... [8].

2. Так как огибающая, в неподвижной плоскости XOY, семейства кривых соответствующих некоторой данной кривой $f(x', y') = 0$, жестко связанной с подвижной плоскостью $x'O'y$ шатуна кривошипно-шатунного механизма, определяется системой уравнений

$$f(x', y') = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial \theta} + \frac{\partial f}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial \theta} = 0,$$

где

$$x' = \lambda x_M \sin\theta + y_M\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\theta} - b\lambda^2\sin\theta\cos\theta - a\sin\theta\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\theta},$$

$$y' = \lambda y_M \sin\theta - x_M\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\theta} + a\cos\theta\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\theta} + b(1-\lambda^2\sin^2\theta),$$

$$\lambda = a/b,$$

причём θ – угол кривошипа длины a с осью OX, а b – длина шатуна, программирование и вычерчивание с любой степенью точности рассматриваемых огибающих при помощи ЭВМ способствует, параллельно с вычисляемыми элементами дифференциальных и кинематических данных характеризующих эти огибающие, наилучшему выбору подходящих для различных практических целей контуров.

3. Отказываясь здесь от соответствующих обобщений рассматриваемой задачи на пространственные механизмы, приведём лишь (рис. 1–4) программированные и вычерченные на ЭВМ огибающие семейств прямых соответствующих осям $O'x'$ и $O'y'$, а также и прямых определяемых в подвижной плоскости $x'O'y'$ тангенциальными координатами

$$u = -1,\ v = -1;\quad u = -1,\ v = 1.$$

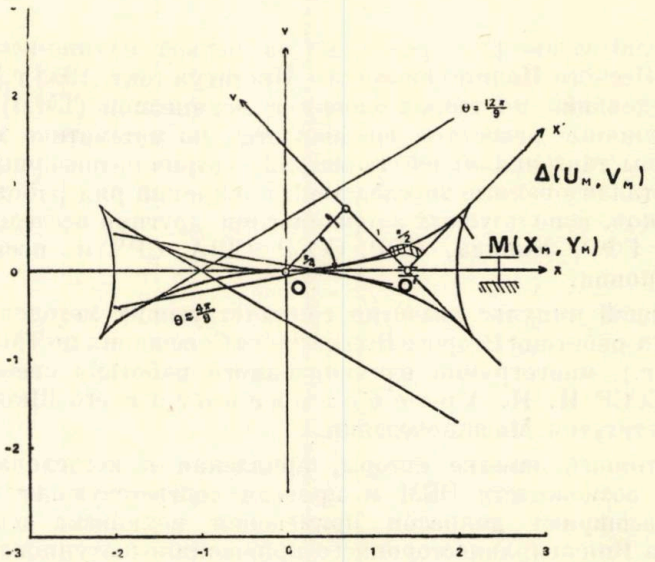


Рис. 1 — $x_M = 2\cos\theta\,(1 + \sin^2\theta)$, $y_M = 2\sin\theta\cos^2\theta$.

Примечания. 1°. Некоторые из получаемых огибающих, как например огибающая рис. 2, хорошо известны и нашли свое применение в инженерном деле.

2°. Один из бывших учеников, а затем и сотрудник третьего из авторов, проэктировал по его же побуждению и некоторым указаниям шлифовальную машину дкя обработки контуров плоских и некоторых видов пространственных кулачков [9].

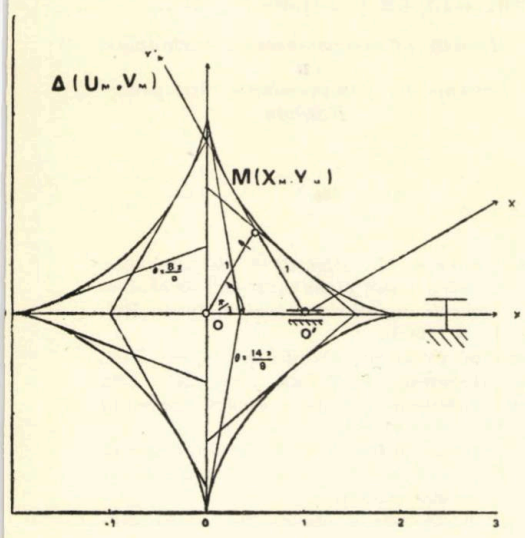


Рис. 2 — $x_M = 2\cos^3\theta$, $y_M = 2\sin^3\theta$.

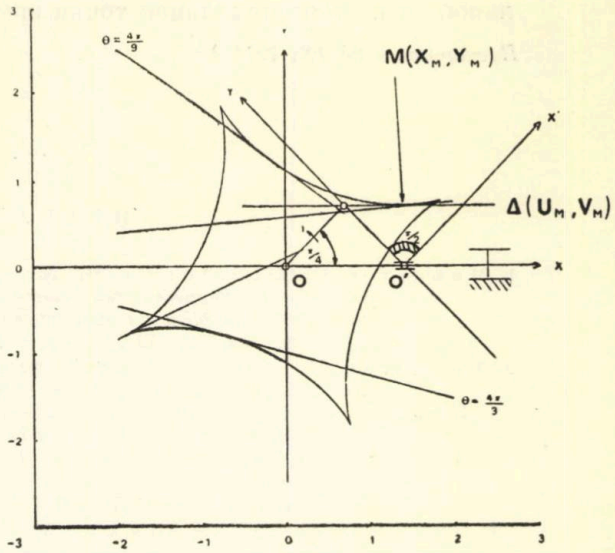


Рис. 3 — $x_M = 1.5\cos\theta + 1.5\sin\theta - 2\sin^3\theta$, $y_M = 1.5\sin\theta - 1.5\cos\theta + 2\cos^3\theta$.

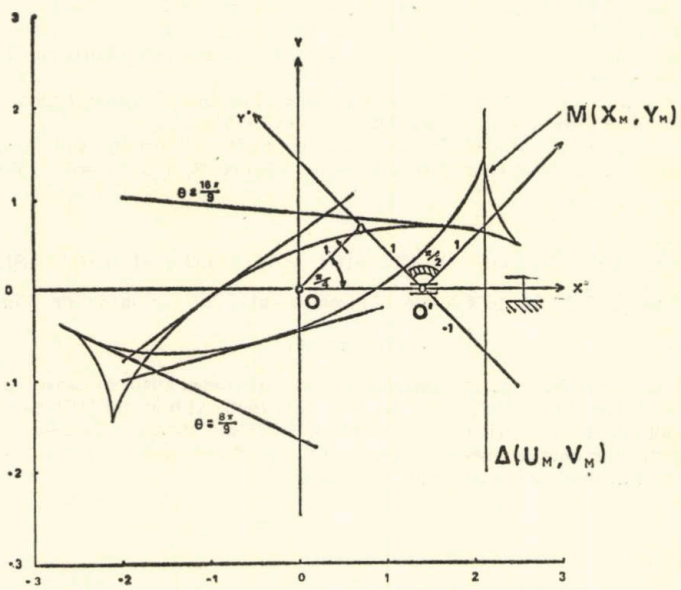


Рис. 4 — $x_M = 2.5\cos\theta - 0.5\sin\theta + 2\sin^3\theta$, $y_M = 2.5\cos\theta + 0.5\sin\theta - 2\cos^3\theta$.

3°. Многочисленные данные касающиеся кинематики и динамики анализа плоских механизмов с применением ЭВМ изложены, с пунктуальной, а не тангенциальной точки зрения, например в работе [10].

Поступила в 25 IX. 1977 г.

Ясский политехнический институт
и
Конкордия университет, Монреал, Канада

ЛИТЕРАТУРА

1. Mangeron D., Oguztoreli M. N., Orlandea N., *Algorithme de génération des courbes enveloppées circulairement par les mécanismes plans constitués de chaînes cinématiques complexes et applications au contrôle digital des machines-outils.* Bul. Inst. polit. Iași, XV (XIX), *3—4*, s. IV, 1—9 (1969).
2. Mangeron D., *Study of Mechanisms by means of Projective Coordinates.* Lucr. Inst. Mec. apl. „Traian Vuia", Acad. R.S.R., București, 4—7 iulie 1960, 371—372.
3. Бергер Э. Г., *К теории механизмов для огибания кривых и воспроизведения их подёр.* ТММ, Изд. Хар. Ун-та, *6*, 116—120 (1969).
4. Лебедев П. А., Манжерон Д., *Алгорифм составления алгебраических уравнений линейно-огибающих шатунных кривых плоских механизмов.* Bul. Inst. polit. Iași, VIII (XII), *1—2*, 317—320 (1962).
5. Катамадзе Д., Манжерон Д., *К применению кинематической геометрии в тангенциальных координатах в исследованиях механизмов и машин.* Bul. Inst. polit. Iași, VIII (XII), *1—2*, 289—294 (1962).
6. Артоболевский И. И., *Линейно огибающие шатунные кривые. Механизмы для огибания плоских кривых.* ДАН СССР, **132**, *1*, 82—84 (1960) ; **139**, *4*, 838—840 (1961) ; **144**, *1*, 76—78 (1962).
7. Mangeron D., *Tangentialgeometrische Methoden zum Studium der Getriebe und Maschinen.* III. Konf. über Getriebe und Antriebe, Miskolc, 1963.
8. Дрэган К., Иримичюк Н., Манжерон Д., *Новые графо-аналитические методы исследования машин и механизмов.* Mathematica-Cluj, **4** (27), *1*, 159—200 (1962).
9. Orlandea N., *Contribution to Synthesis and Analysis of Systems with two Degrees of Freedom.* Mech. Eng. News, **10**, *3*, 34—47 (1973).
10. Brát V., Lederer P., *KIDYAN : Computer aided Kinematic and Dynamic Analysis of Planar Mechanisms.* Mech. a. Mach. Theory, **8**, *4*, 457—467 (1973).

METODA TANGENȚIALĂ ÎN STUDIUL MAȘINILOR ȘI MECANISMELOR

I. Noi posibilități de folosire a mecanismului lui Leonardo da Vinci

(Rezumat)

Autorii, urmînd ordinea de idei inițiată de cel de al treilea autor în cadrul lucrărilor primei sesiuni științifice a Institutului politehnic din Iași (oct. 1953), și folosind MEC pentru programări și trasări cu gradul de aproximație dorit, prezintă noi utilizări ale mecanismelor plane și spațiale, insistînd în particular asupra înfășurătoarelor liniare, determinate punctual sau tangențial, referitoare la mecanismul lui Leonardo da Vinci.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 531.13 ; 515.1

UTILIZAREA MIJLOACELOR GEOMETRIEI DESCRIPTIVE ÎN CINEMATICA RIGIDULUI

I. REPARTIŢIA VITEZELOR

DE

ALFRED BRAIER, LEONARD CUŢU, ANETA BRAIER şi MARIA VIAŞU

1. **Introducere.** În cinematică se arată că vitezele punctelor unui rigid sînt date de [1], [2]

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}, \tag{1}$$

în care $\vec{v}_0$ este viteza unui punct O, $\vec{\omega}$ — viteza unghiulară instantanee iar $\vec{r} = \vec{OM}$ (M — punctul curent de viteză $\vec{v}$). Vitezele de intensitate minimă sînt coliniare cu $\vec{\omega}$ şi se înregistrează în punctele dreptei

$$\vec{r} = \vec{r}_K + \vec{\lambda\omega}, \tag{2}$$

denumită axă a mişcării elicoidale (sau de rototranslaţie) instantanee ; punctul K este fixat prin

$$\vec{r}_K = \frac{\vec{\omega} \times \vec{v}_0}{\omega^2}. \tag{3}$$

De reamintit că repartiţia vitezelor este complet determinată în fiecare moment dacă se cunosc vitezele a trei puncte (supuse evident restricţiei specifice rigidului ca proiecţiile fiecărei perechi de viteze, pe dreapta determinată de punctele respective, să fie egale între ele). Astfel de situaţii intervin curent în studiul mecanismelor spaţiale.

Dacă [2] $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$, $\vec{v}_C$ sînt vitezele date a trei puncte, reperate prin vectorii de poziţie $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$, $\vec{r}_C$ în raport cu punctul O,

$$\vec{v}_{AB} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{AB}, \quad \vec{v}_{BC} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{BC}, \quad \vec{v}_{CA} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{CA}, \tag{4}$$

în care $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$, $\vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ etc. De asemenea

$$\vec{\omega} = \frac{\vec{v}_{AB} \times \vec{v}_{BC}}{\vec{v}_{AB} \cdot \vec{r}_{BC}} = \frac{\vec{v}_{BC} \times \vec{v}_{CA}}{\vec{v}_{BC} \cdot \vec{r}_{CA}} = \frac{\vec{v}_{CA} \times \vec{v}_{AB}}{\vec{v}_{CA} \cdot \vec{r}_{AB}}. \tag{5}$$

Repartiţia vitezelor este astfel determinată analitic (de pildă $\vec{v} = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{AM}$).

Practica curentă utilizează larg construcţii grafice în cinematica mecanismelor, bazate pe interpretarea adecvată a proprietăţilor geometrice pe care le prezintă relaţiile de mai sus.

În lucrarea de față se pun în evidență acele laturi ale proprietăților geometrice privind cîmpul vitezelor unui rigid, care permit utilizarea directă și inedită a procedeelor geometriei descriptive în scopul determinării pe cale grafică a repartiției vitezelor. Rezultă construcții grafice simple și de rutină care lărgesc posibilitățile de aplicare concretă a mijloacelor geometriei descriptive și sînt accesibile ușor tehnicienilor. Procedeul propus se ilustrează pe exemplul situației cinematice cînd sînt impuse vitezele a trei puncte ale unui rigid.

2. Particularități geometrice ale cîmpului vitezelor unui rigid. Utilizarea directă a mijloacelor geometriei descriptive pentru studiul repartiției vitezelor se bazează pe anumite particularități geometrice specifice cîmpului vitezelor, cunoscute sau subliniate în cele ce urmează.

1. Dacă un număr de puncte ale rigidului sînt coliniare, proiecțiile vitezelor lor pe dreapta respectivă sînt egale între ele (consecință a rigidității).

2. Dacă vitezele a trei puncte sînt cunoscute, direcția vitezei unghiulare instantanee $\vec{\omega}$ este perpendiculară pe planul determinat de oricare pereche de direcții ale vitezelor relative, ce se construiesc cu cele trei viteze date (rezultă evident din (5)).

3. Axa mișcării elicoidale instantanee Δ este conținută în planul care trece printr-un punct al rigidului și este perpendicular pe planul determinat de direcțiile vitezei acestui punct și vitezei unghiulare instantanee; el se va denumi plan Q (un punct al axei se găsește pe perpendiculara pe planul determinat de direcțiile lui $\vec{\omega}$ și $\vec{v}$ (v. (3)), iar Δ este paralelă cu $\vec{\omega}$; fig. 1).

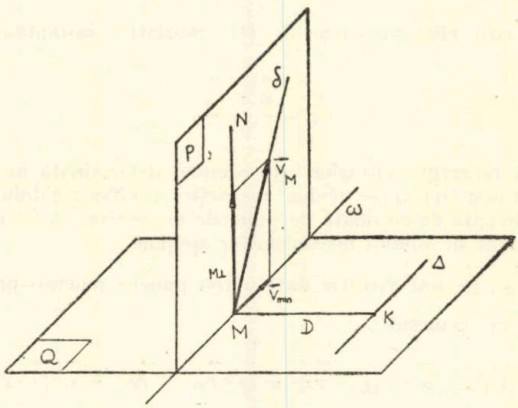


Fig. 1

Prin urmare, axa mișcării elicoidale instantanee se obține la intersecția a două plane Q, corespunzătoare la două puncte distincte ale rigidului — cu condiția evidentă de a nu fi dispuse pe o dreaptă paralelă cu direcția vitezei unghiulare.

4. Dacă M este un punct curent al rigidului și M^* piciorul perpendicularei coborîtă de aici pe axa mișcării elicoidale, atunci $\vec{v}_{M^*} = \vec{v}_{min}$ și (1) dă

$$\vec{v} = \vec{v}_{\min} + \vec{\omega} \times \overrightarrow{M^*M} \; (= \vec{v}_{\min} + \vec{v}_{M\perp}), \tag{6}$$

cele două componente fiind evident perpendiculare. Cu $l = M^*M$, adică distanța de la punct la axa Δ,

$$v^2 = v_{\min}^2 + \omega^2 l^2. \tag{7}$$

Utilizată pentru un punct cu viteza și distanța la Δ cunoscute, (7) permite determinarea intensității vitezei unghiulare instantanee ω, după ce în prealabil a fost obținută $\vec{v}_{\min}$, componenta lui $\vec{v}$ (cunoscut) pe direcția vectorului $\vec{\omega}$ (dată sau în prealabil determinată ; componenta perpendiculară pe $\vec{v}_{\min}$ a vitezei unuia dintre punctele cunoscute dă informații asupra sensului lui $\vec{\omega}$).

3. Procedeul grafic care se prezintă face apel la mijloacele curente ale geometriei descriptive pentru a determina rapid viteza unui punct al rigidului, utilizînd direct existența axei mișcării elicoidale instantanee.

Fie cazul important cînd sînt impuse vitezele a trei puncte necoliniare, satisfăcînd condiția 2.1. Cu vitezele relative construite, se determină direcția vitezei unghiulare instantanee (proprietatea 2.2). Proiecția pe această direcție a vitezei unuia dintre punctele date furnizează viteza minimă, în timp ce axa mișcării elicoidale instantanee se obține la intersecția a două plane Q (proprietatea 2.3). Măsurarea distanței de la unul dintre punctele date la axă permite obținerea intensității lui $\vec{\omega}$ (v. (7)) ; sensul se deduce din poziția relativă dintre componenta perpendiculară a vitezei și segmentul orientat dinspre axă spre punct. Astfel se încheie faza de determinare a elementelor care precizează din punct de vedere grafic cîmpul vitezelor.

Obținerea vitezei unui punct se reduce doar la determinarea distanței l de la acest punct la axa Δ ; componenta de intensitate minimă $v_{\min}$ are direcția lui $\vec{\omega}$, în timp ce componenta de intensitate ωl este perpendiculară pe planul determinat de punct și axă.

Prin urmare, procedeul expus recurge la ridicări de perpendiculare pe un plan, intersecții de plane, determinări de proiecții de segmente orientate pe o direcție, determinări de distanțe de la un punct la o dreaptă etc., operații elementare și curente în geometria descriptivă [3].

Aplicație. Fie date vitezele a trei puncte A, B, C, de pildă vectorul $\vec{v}_A$, direcția vitezei punctului B și intensitatea vitezei lui C, care fixează repartiția vitezelor rigidului.

1. Determinarea completă a celor trei viteze se face în epură, pe baza proprietății 2.1 privind proiecțiile vitezelor punctelor unui rigid (fig. 2). Pentru simplitate s-a ales planul determinat de cele trei puncte drept plan de nivel, astfel că proiecțiile vitezelor pe laturile respective ale triunghiului *abc* apar direct în adevărată mărime. S-au construit componentele $(\vec{v}_a, \vec{v}'_a)$ ale vitezei date $\vec{v}_A$ și direcția (δ_b, δ'_b) a vitezei lui B. Utilizînd egalitatea proiecțiilor vitezelor pe ab se obține $\vec{v}_b$ și apoi $\vec{v}'_b$. Făcînd în continuare uz de egalitatea proiecțiilor vitezelor pe dreptele

ac și bc rezultă $\vec{v}_c$; cum v_C este dat, adică $v'_c = \sqrt{v_C^2 - v_c^2}$, rezultă două soluții posibile pentru $\vec{v}'_c$, dintre care s-a ales cea indicată în fig. 2 (de observat că restricția privind intensitatea v_c impusă este vizibilă imediat în epură; trebuie ca cercul cu centrul în c' să intersecteze în cel puțin un punct linia de ordine ridicată din extremitatea lui $\vec{v}_c$).

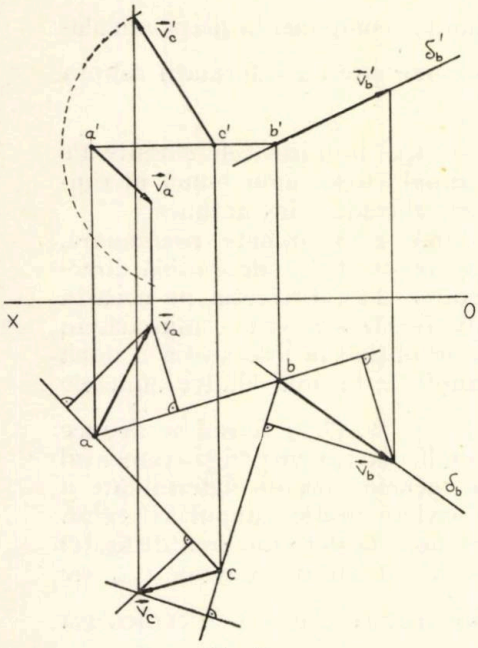


Fig. 2

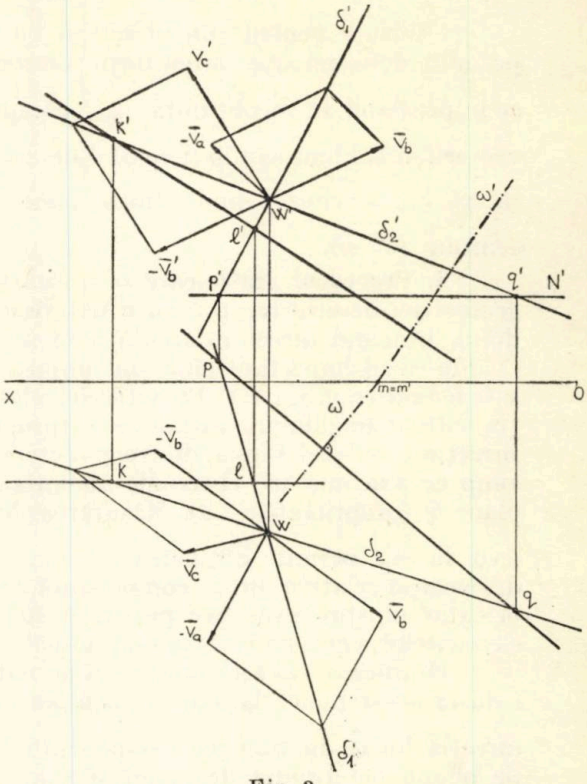


Fig. 3

2. Într-un punct arbitrar (w, w') se construiesc direcțiile (δ_1, δ'_1) și (δ_2, δ'_2) ale vitezelor relative $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$ și $\vec{v}_{BC} = \vec{v}_C - \vec{v}_B$, reprezentate în epură prin componentele lor respective (fig. 3). Pentru determinarea direcției lui $\vec{\omega}$, perpendiculară pe planul II determinat de $\vec{v}_{AB}$ și $\vec{v}_{BC}$, nu sînt necesare efectiv urmele acestui plan, ci doar drepte paralele cu acestea. S-au folosit în acest scop două plane auxiliare particulare: unul de nivel N cu care s-a obținut o orizontală cu proiecția pq paralelă cu urma orizontală a planului II; al doilea de front F, cu care s-a determinat o frontală, cu proiecția $k'l'$ paralelă cu urma verticală a lui II. Proiecțiile suportului lui $\vec{\omega}$ sînt respectiv perpendiculare pe pq și $k'l'$; ele sînt construite într-un punct ales pentru simplitate pe axa Ox (punctul (m, m')).

3. Se determină acum axa mișcării elicoidale instantanee. În două din punctele date, de exemplu A și B, se construiesc direcțiile vitezelor respective $\vec{v}_A$ și $\vec{v}_B$, anume (δ_a, δ'_a) și (δ_b, δ'_b) precum și direcția obținută a suportului lui $\vec{\omega}$ (fig. 4). Odată obținut planul (P_1, P'_1) prin urmele dreptelor (δ_a, δ'_a) și (ω, ω') se construiește normala (d_a, d'_a) la acest plan prin punctul

(a, a'). Planul Q_A în care se află axa mișcării elicoidale instantanee este determinat de (d_a, d'_a) și (ω, ω'). Deoarece urmele acestor drepte nu sînt direct accesibile în limitele epurei din fig. 4 s-au utilizat două plane auxiliare, de nivel N și de front F. Primul conduce la orizontala $(uw, u'w')$, urma orizontală Q_a a planului care se determină fiind evident paralelă cu uw; prin urma orizontală a dreptei (ω, ω'); cel de al doilea plan auxiliar conduce la frontala $(st\ s't')$, cu care se obține Q'_a prin urma verticală a lui (ω, ω'). Al doilea plan Q_B prin (b, b') se construiește fără dificultăți, utilizînd direct urmele dreptelor care sînt implicate în construcție.

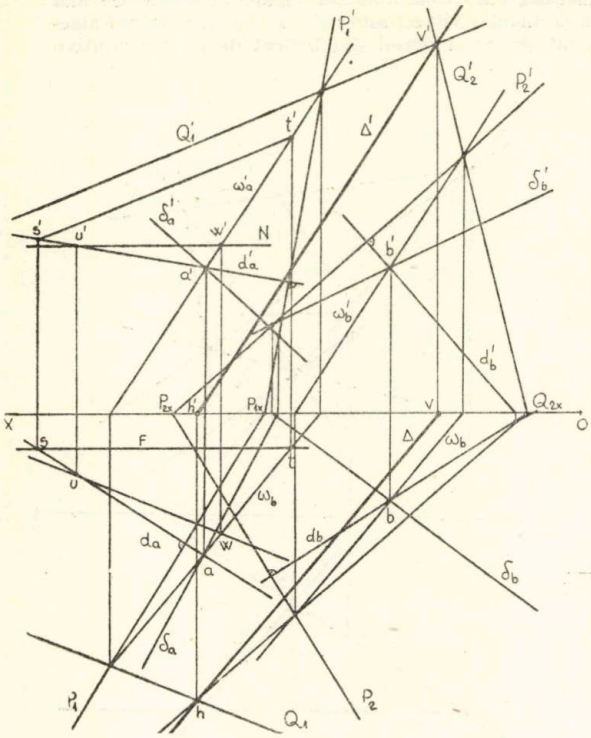


Fig. 4

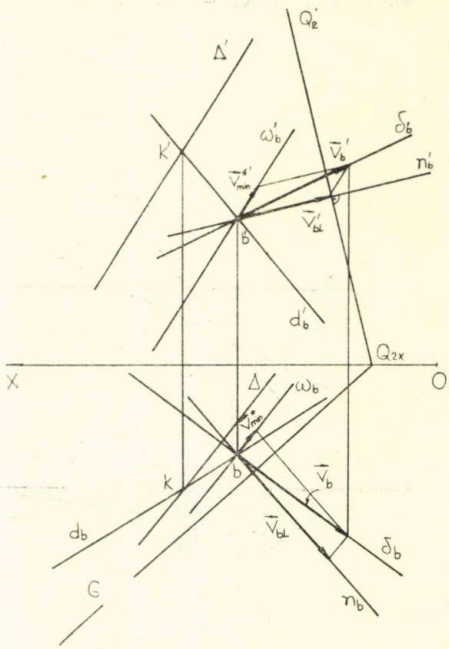


Fig. 5

Dreapta (Δ, Δ') de intersecție dintre planele (Q_a, Q'_a) și (Q_b, Q'_b) reprezintă axa mișcării elicoidale instantanee. Astfel s-a determinat unul din elementele esențiale care intră în studiul grafic al repartiției vitezelor prin procedeul care se prezintă aici.

4. În scopul obținerii intensităților vitezei unghiulare instantanee și a vitezei minime se descompune viteza unuia dintre punctele date, de pildă B, în două componente, ca în fig. 1. Utilizînd elemente determinate în epura din fig. 4 se obține normala (n_b, n'_b) pe planul (Q_b, Q'_b), precum și punctul (k, k'), piciorul perpendicularei coborîtă din B pe axa mișcării elicoidale (Δ, Δ'). Se descompune apoi viteza lui B în cele două componente ortogonale, paralele cu N_B și $\vec{\omega}$ (fig. 5).

Intensitățile componentelor s-au găsit prin rabatere. În fig. 6 s-a rabătut pe un plan de nivel planul dreptunghiului determinat de componentele vitezei lui B. S-au considerat dreptele N_B și paralela la $\vec{\omega}$, concurente în B, planul de nivel fiind dus prin extremitatea vitezei $\vec{v}_B$. Rezultă fără dificultate $\vec{v}_{min}$ și $\vec{v}_{B\perp}$, în adevărată mărime.

În fig. 7 s-a considerat planul perpendicular pe direcția lui $\vec{\omega}$, dus prin B, ca determinat de normala (n_b, n'_b) și dreapta (d_b, d'_b), perpendiculara din B pe axa Δ. Prin rabatere pe planul

de front ce trece prin extremitatea componentei $\vec{v}_{B\perp}$ se obține din nou intensitatea acestui vector, precum și lungimea segmentului KB. Deoarece $v_{B\perp} = l_{KB}\,\omega$, rezultă

$$\omega = \frac{v_{B\perp}}{l_{KB}}. \tag{8}$$

5. Se dispune acum de toate elementele care condiționează repartiția vitezelor : axa mișcării elicoidale instantanee, intensitatea și direcția vitezei minime, precum și valoarea algebrică a vitezei unghiulare instantanee (ω dat de (8) și sensul său indicat de poziția relativă dintre $\vec{v}_{B\perp}$ și $\overrightarrow{KB}$ — fig. 7).

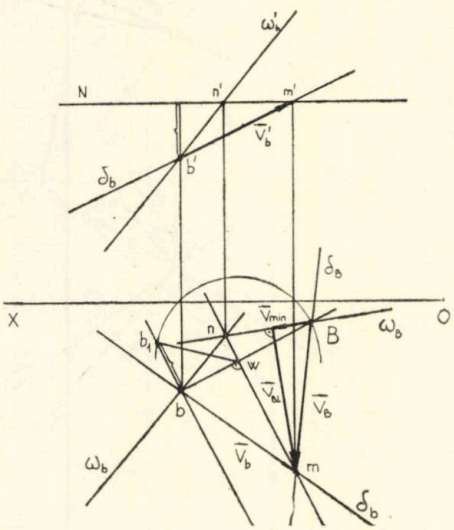


Fig. 6

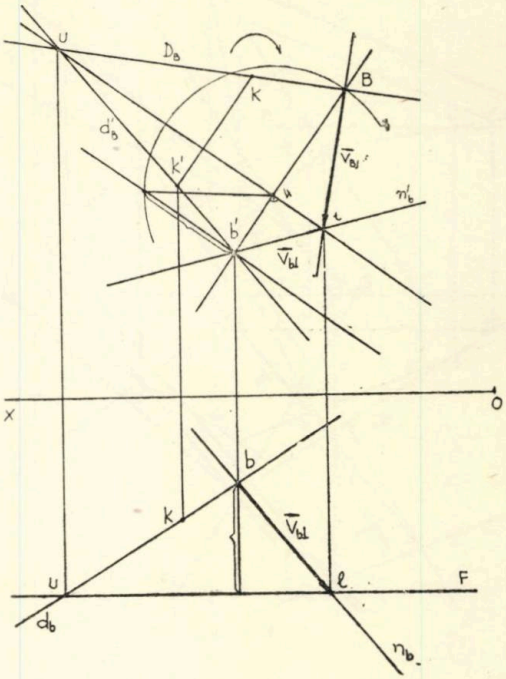


Fig. 7

Pentru a obține viteza unui punct M arbitrar al rigidului este suficient de determinat distanța de la acest punct la axa Δ și de adăugat lui $\vec{v}_{\min}$ pe $\vec{v}_{M\perp}$ (situată evident în planul determinat de punct și axa Δ).

Observație. În epurile prezentate s-au reținut toate detaliile de construcție intermediară, în scopul ilustrării amănunțite a logicii interne a procedeului. Într-o utilizare efectivă cîmpul final fiind mult mai deschis, se pot suprapune mai multe dintre etapele intermediare, prezentate aici în figuri separate.

4. Concluziii. 1. Procedeele directe ale geometriei descriptive conduc la determinarea rapidă a axei mișcării elicoidale instantanee și a invarianților repartiției vitezelor rigidului. Utilizarea directă a acestor elemente caracteristice, care nu sînt implicate în procedeele curente de cinematică grafică, permite obținerea imediată a vitezelor punctelor rigidului.

2. Varietatea unghiurilor din care poate fi analizată o situaţie dată precum şi diversitatea mare de procedee la care aceasta conduce în cadrul geometriei descriptive, oferă o posibilitate rapidă şi intuitivă de utilizare directă a acestor procedee la studiul grafic al repartiţiei vitezelor unui rigid.

Primită la 21 decembrie 1977

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică
şi
Catedra de geometrie descriptivă şi desen

BIBLIOGRAFIE

1. Voinea R., Voiculescu D., Ceauşu V., *Mecanică.* Ed. did. şi ped., Buc., 1975.
2. Braier A., *Mecanică pentru ingineri.* Vol. I, fasc. 2, Rotaprint, Inst. polit. Iaşi, 1977.
3. Botez M., *Geometrie descriptivă.* Ed. did. şi ped., Buc., 1965.

UTILISATION DES PROCÉDÉS DE LA GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE DANS LA CINÉMATIQUE DU CORPS RIGIDE

I. La distribution des vitesses

(Résumé)

On montre que les propriétés géométriques spécifiques du champ des vitesses d'un corps rigide permettent l'utilisation directe des procédés de la géométrie descriptive, qui conduisent à des constructions graphiques simples et intuitives.

On étudie le cas d'un corps rigide ayant fixée les vitesses de trois de ses points. Avec le procédé présenté on obtient aisément l'axe du mouvement hélicoïdal instantané, la vitesse angulaire et la vitesse minime, à l'aide desquelles on peut construire la vitesse d'un point arbitraire du corps rigide.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 621—50

SENSITIVITY SYNTHESIS OF OPTIMAL CONTROL FOR DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS

I. SENSITIVITY FUNCTIONS AND SENSITIVITY EQUATIONS

BY

VICTOR FLORIN POTERAȘU

1. Introduction. Optimal control problems for distributed parameter systems have been studied with dynamic programming method and maximum principle's Pontryagin [1], [2], [3]. But, the problem of the sensitivity synthesis of optimal control systems with distributed parameters which have uncertainties is not yet studied. The objective of this study is the consideration of sensitivity to make up for the undesirable effects caused by parameter uncertainties and variations from a practical point of view. Sensitivity functions and sensitivity equations are, at first, defined and derived for the four types of system parameter variations, that is, the ordinary system parameter variation (α-variation), the variation of initial conditions (β-variation), the variation of time delay parameters (γ-variation) and the variation of spatial domains (δ-variation).

2. Sensitivity Functions and Sensitivity Equations. Consider the systems with satisfying the following requirements : a) Their solutions must exist and should be uniquely determined. b) Their solutions should be differentiable with respect to the parameters and the initial data.

The second requirement is stronger than the well-known Hadamard one.

2.1. *α - sensitivity function and α - sensitivity equation.* It will deal with sensitivity for the ordinary system parameter variation without the variation of initial conditions and the order of the systems. Let us consider the distributed parameter systems described by the following vector formed partial differential equation :

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = F(t, x, u(t, x), f(t, x), \eta(t, x)), \qquad t > t_0, \quad x \in \Omega \in E^m \tag{1}$$

with the boundary conditions

$$H(t, \xi, u(t, \xi), h(t, \xi), \eta(t, \xi)) = 0, \quad t > t_0, \quad \xi \in \Gamma \tag{2}$$

and with the initial condition

$$u(t_0, x) = u_0(x), \tag{3}$$

where Ω is the fixed spatial domain and its boundary Γ. $u(t, x) = \text{col}(u_1(t, x), \ldots, u_n(t, x))$ is the state function vector, $f(t, x) = \text{col}(f_1(t, x), \ldots f_r(t, x))$ is the distributed control function vector, $h(t, \xi) = \text{col}(h_1(t, \xi), \ldots, h_p(t, \xi))$ is the boundary control function vector and $\eta(t, x) = \text{col}(\eta_1(t, x), \ldots, \eta_l(t, x))$ is the variable parameter function vector. F and H are time varying spatial differential operators which are continuously differentiable in all arguments. So far the optimal control problems for distributed parameter systems have been discussed under the assumption that the system parameter $\eta(t, x)$ is accurately known.

In practice, however, it is very difficult to decide the accurate value of this parameter. Therefore it is necessary to consider a new synthesis of optimal control to make up for the undesirable effects caused by a parameter uncertainty and variation. From this point of view, it is important to study the sensitivity synthesis of optimal control.

Let us the system described by (1), (2), (3) with a parameter value η as the model system for a physical one. On the other hand, let us describe the actual system by (1), (2) and (3) with a parameter value $\eta + d\eta$, where $\Delta\eta(t, x) = \varepsilon\mu(t, x)$ is a weak variation. The difference in the state between the actual system and the model one corresponding to certain controls is described by

$$(4) \quad \Delta u(t, x, \eta) = u(t, x, \eta + \Delta\eta) - u(t, x, \eta) = \sum_{i=1}^{k} {}_i v(t, x)\mu_i(t, x) + o[\varepsilon^2],$$

where

$$(5) \quad {}_i v(t, x) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{\varepsilon} [u(t, x, \eta + \varepsilon_i \mu) - u(t, x, \eta)],$$

${}_i v(t, x)$ is the derivative of $u(t, x, \eta)$ with respect to $\eta_i(t, x)$ and is called the α-sensitivity function to $\eta_i(t, x)$. The α-sensitivity ${}_i v(t, x)$ satisfies the following linear partial differential equation

$$(6) \quad \frac{\partial {}_i v(t, x)}{\partial t} = F_u|_{\Delta\eta=0} {}_i v(t, x) + F_\eta|_{\Delta\eta=0}, \quad t > t_0, \; x \in \Omega$$

with the boundary conditions

$$(7) \quad H_u|_{\Delta\eta=0} {}_i v(t, \xi) + H_\eta|_{\Delta\eta=0} = 0, \qquad t > t_0, \qquad \xi \in \Gamma$$

and with the initial condition

$$(8) \quad {}_i v(t_0, x) = 0,$$

where F_u, H_u and F_η, H_η are derivatives with respect to u and η. The equation (6) is called the α-sensitivity equation to $\eta_i(t, x)$.

2.2. *β-sensitivity function and β-sensitivity equation.* Consider the case there is a difference $\Delta u_0(x)$ with respect to only the initial condition between the model system and the actual one, where $\Delta u_0(x) = \varepsilon\omega(x)$ is a weak variation. Namely the model system is described by (1), (2) and (3), and the actual one is described by (1), (2) and the initial condition

$$(9) \quad u(t_0, x) = u_0(x) + \Delta u_0(x).$$

In this case, the difference in the state between the actual system and the model one corresponding to certain controls is described by

$$(10) \quad \Delta u(t, x, u_0) = u(t, x, u_0 + \Delta u_0) - u(t, x, u_0) = \sum_{i=1}^{n} {}_i w(t, x)\, \omega_i(x) + o[\varepsilon^2]$$

where

$${}_i w(t, x) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{\varepsilon} [u(t, x, u_0 + \varepsilon_i \omega) - u(t, x, u_0)];$$

${}_i w(t, x)$ is the derivative of $u(t, x, u_0)$ with respect to $u_{0i}(x)$ and is called the β-sensitivity function to u_{0i}. The β-sensitivity function ${}_i w(t, x)$ satisfies the following linear partial differential equation

$$(11) \quad \frac{\partial {}_i w(t, x)}{\partial t} = F_u |_{\Delta u_0 = 0}\, {}_i w(t, x), \quad t > t_0, \quad x \in \Omega$$

with the boundary condition

$$(12) \quad H_u |_{\Delta u_0 = 0}\, {}_i w(t, \xi) = 0, \quad t > t_0, \quad \xi \in \Gamma$$

and with the initial condition

$$(13) \quad {}_i w_j(t_0, x) = \begin{cases} \omega_i(x) & i = j, \\ 0 & i \neq j. \end{cases}$$

Equation (11) is the β-sensitivity equation to u_{0i}.

2.3. *γ-sensitivity function and γ-sensitivity equation.* Suppose that the actual system is described by the following differential difference equation :

$$(14) \quad \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = F(t, x, u(t, x), u(t - \varepsilon, x), f(t, x)), \quad t > 0, \quad x \in \Omega$$

with the boundary condition

$$(15) \quad H(t, \xi, u(t, \xi), h(t, \xi)) = 0, \quad t > 0, \quad \xi \in \Gamma$$

and with the initial condition

$$(16) \quad u(t, x) = \bar{u}(t, x), \quad t \in [-\varepsilon, 0],$$

where ε is a time delay parameter which is positive and in some sense small.

Let us consider the following simplified model system :

$$(17) \quad \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = F(t, x, u(t, x), u(t, x), f(t, x)) = \bar{F}(t, x, u(t, x), f(t, x)), \quad t > 0, \quad x \in \Omega$$

with the boundary condition

$$(18) \quad H(t, \xi, u(t, \xi), h(t, \xi)) = 0, \quad t > 0, \quad \xi \in \Gamma$$

and with the initial condition

$$u(0, x) = \bar{u}(0, x), \tag{19}$$

which is obtained by letting $\varepsilon = 0$ in (14) and (16).

In this case, the difference in the state between the actual system and the model system is denoted by

$$\Delta u(t, x, \varepsilon) = u(t, x, \varepsilon) - u(t, x) = z(t, x)\,\varepsilon + o[\varepsilon^2], \tag{20}$$

where $z(t, x)$ is the derivative of $u(t, x, \varepsilon)$ with respect to ε and is called the γ-sensitivity function. The γ-sensitivity function $z(t, x)$ is satisfied with the following γ-sensitivity equation :

$$\frac{\partial z(t, x)}{\partial t} = [F_u + F_{u(t-\varepsilon)}]\,|_{\varepsilon=0}\, z(t, x) + F_{u(t-\varepsilon)}\,|_{\varepsilon=0}\bar{F}(t, x, u, f), \quad t > 0 \tag{21}$$

with the boundary condition

$$H_u\,|_{\varepsilon=0}\, z(t, \xi) = 0, \quad t > 0, \tag{22}$$

and with the initial condition

$$z(0, x) = 0. \tag{23}$$

The sensitivity equation (21) does not contain the time delay parameter. This is because in the above case the nominal value of the time delay parameter equals zero.

2.4. *δ-sensitivity function and δ-sensitivity equation.* Let us consider the actual system with the spatial domain varying with time :

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = F(t, x, u(t, x), f(t, x)) \quad \text{in} \quad Q = \{(t, x)\,;\ t > t_0,\ 0 < x < s(t)\} \tag{24}$$

with the boundary condition

$$H_1(t, u(t, 0),\ h^1(t)) = 0, \quad H_2(t, s(t),\ u(t, s(t)),\ h^2(t)) = 0 \tag{25}$$

and with the initial condition

$$u(t_0, x) = u_0(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant s(t_0) = s_0. \tag{26}$$

It will discuss the special case $s(t) = s_0 + \varepsilon t$ (ε in some sense small). Suppose that the simplified model system is described by (24) with $Q = \{(t, x)\,;\ t > t_0,\ 0 < x < s_0\}$, the boundary condition

$$H_1(t, u(t, 0),\ h^1(t)) = 0, \quad H_2(t, s_0, u(t, s_0),\ h^2(t)) = 0 \tag{27}$$

and the initial condition (26). In this case, the difference in the state between the actual system and the model system is denoted by

$$\Delta u(t, x, \varepsilon) = u(t, x, \varepsilon) - u(t, x) = y(t, x)\,\varepsilon + o[\varepsilon^2], \tag{28}$$

where $y(t, x)$ is the derivative of $u(t, x, \varepsilon)$ with respect to ε and is called the δ-sensitivity function. The δ-sensitivity function $y(t, x)$ satisfies the following δ-sensitivity equation :

$$(29) \qquad \frac{\partial y\,(t,\,x)}{\partial t} = F_u\,|_{\varepsilon=0}\; y(t,\,x) \quad \text{in} \quad Q = \{(t,\,x),\; t > t_0,\; 0 < x < s_0\}$$

with the boundary condition

$$(30) \qquad H_{1u}\,|_{\varepsilon=0}\; y\,(t,\;0) = 0, \quad H_{2u}\,|_{\varepsilon=0}\left[y\,(t,\,s_0) + \frac{\partial u\,(t,\,s_0)}{\partial x}\,t\right] + H_{2x}\,|_{\varepsilon=0}\;\; t=0$$

and with the initial condition

$$(31) \qquad y\,(t_0,\;x) = 0, \quad 0 \leqslant x \leqslant s_0.$$

The following parts of this work are :

II. Combined systems and their controllability, with examples for all the types of sensitivity in the domain of mechanics.

III. Sensitivity synthesis of optimal control with examples regarding the consumption of energy (with terminal constraints), systems with moving boundaries, etc.

Received September 5, 1977

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mechanics

REFERENCES

1. Leondes C. T., (Ed.), *Advances in Control Systems.* Vol. 6, Academic Press, 1968.
2. Robinson A. C., *A Survey of Optimal Control of Distributed Parameter Systems.* Automatica—IFAC, Vol. 7, 371—388, 1971.
3. Oguztoreli M. N., *Optimization in Distributed Parameter Control Systems. A Dynamic Programming Approach.* Publication of the Department of Mathematics, The University of Alberta, Edmonton, Canada, 1967.
4. Poteraşu V. F., *Sensitivity Synthesis of Optimal Control of Elastic Structures under Moving Loads.* 3rd Congress AIMETA, Cagliari, Italy, 13—16 October, 1976.
5. Johnson C. D., *State over-Description und Uncontrollability of Dynamical Systems.* Int. J. Control., **19**, *2*, 225—242 (1974).

SINTEZA SENZITIVITĂŢII CONTROLULUI OPTIMAL PENTRU SISTEME CU PARAMETRI DISTRIBUIŢI

I. Funcţii de senzitivitate şi ecuaţii de senzitivitate

(Rezumat)

Lucrarea este prima dintr-o serie de trei ce au ca scop final studiul sintezei senzitivităţii controlului optimal pentru sisteme cu parametri distribuiţi. În prezentul studiu se definesc cele patru tipuri de funcţii şi ecuaţii de senzitivitate : α-variaţie (variaţia sistemului de parametri obişnuiţi), β-variaţie (variaţia condiţiilor iniţiale), γ-variaţie (variaţia parametrilor cu întîrzieri în timp), δ-variaţie (variaţia domeniului spaţial).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 534.01: 621.914

ASUPRA VIBRAȚIEI VERTICALE LA MAȘINA DE FREZAT

DE

GEORGE BĂLAN

0. Componentele forței de așchiere care apar la frezarea pe mașina de frezat orizontală (fig. 1), situate în planul vertical — forțele $\overline{F}_x(t)$ și $\overline{F}_z(t)$ din fig. 2 — produc modul de vibrație verticală a mașinii unelte.

Cercetările experimentale din [7] au arătat că, în acest caz, mașina se comportă ca un sistem elastic cu 4 grade de libertate (φ_1, φ_2, φ_3, φ_4 — în fig. 3), sub acțiunea forțelor perturbatoare $\overline{F}_x(t)$ și $\overline{F}_y(t)$.

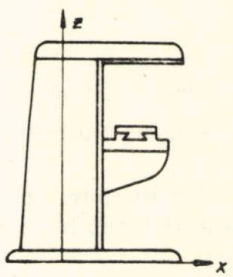


Fig. 1

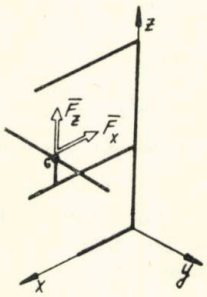


Fig. 2

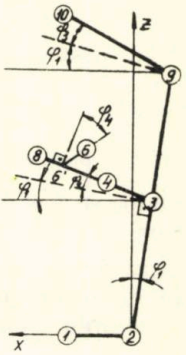


Fig. 3

1. Studiul comportării dinamice a mașinii îl începem concentrînd dinamic masa distribuită în sfere de dimensiuni finite (vezi [5]) ca în fig. 4, unde *1—2* reprezintă placa de bază, *2—3—9*—coloana, *3—4—8* — consola, *5—6—7* — masa mașinii, *9—10* — brațul suport.

Pentru placa de bază *1—2* (fig. 5) se scriu ecuațiile :

$$(1)\quad m_1 + m_2' = M_{1,2}\,,\quad m_1 d_1 - m_2' d_2' = 0,\quad m_1(\rho_1^2 + d_1^2) + m_2',\quad (\rho_2'^2 + d_2'^2) = J_{C1z}.$$

În sistemul (1) se cunoaște masa plăcii de bază $M_{1,2}$, poziția centrului de greutate C_1, momentul de inerție axial J_{C1z}; se alege raza de inerție ρ_1 și rezultă necunoscutele m_1, m_2', ρ_2'. (Pentru o sferă, raza de inerție $\rho = R\sqrt{0{,}4}$).

Pentru coloana $2-3-9$ (fig. 6):

$$(2)\quad \begin{cases} m_2'' + m_3' + m_9' = M_{2,9}, \\ m_3' d_3' + m_9' d_9' - m_2'' d_2'' = 0, \\ m_2''(\rho_2''^2 + d_2''^2) + m_3'(\rho_3'^2 + d_3'^2) + m_9'(\rho_9'^2 + d_9'^2) = J_{C2z}. \end{cases}$$

Se aleg ρ_2'', ρ_3', ρ_9' și rezultă m_2'', m_3', m_9'.

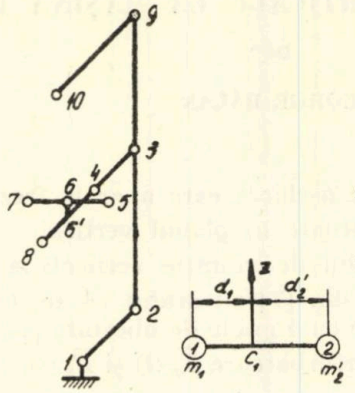


Fig. 4

Fig. 5

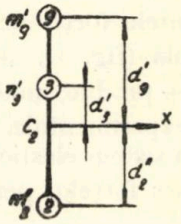


Fig. 6

Calculele asemănătoare se fac pentru corpurile $3-4-8$, $5-6-7$, $9-10$.

Pentru sfera 2 (fig. 4) avem:

$$(3)\qquad m_2 = m_2' + m_2'', \quad J_2 = J_2' + J_2'' = m_2' \rho_2'^2 + m_2'' \rho_2''^2 = m_2 \rho_2^2.$$

Un calcul analog se face pentru sferele 3 și 9, care sînt în punctele de legătură a două corpuri.

2. Pentru determinarea vitezelor centrelor celor 10 sfere, se calculează coordonatele centrelor acestor 10 sfere în poziția deformată a sistemului (fig. 3). De exemplu, pentru sfera 6:

$$(4)\quad \begin{cases} x_6 = l_{36'} \cos(\varphi_1 + \varphi_2) - l_{23} \sin \varphi_1 - l_{6'6} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_4), \\ y_6 = 0, \\ z_6 = l_{23} \cos \varphi_1 + l_{36'} \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + l_{6'6} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_4). \end{cases}$$

În acest caz, $v_6^2 = \dot{x}_6^2 + \dot{y}_6^2 + \dot{z}_6^2$.

În calcule se aproximează funcțiile „sin" cu 0 (zero) și funcțiile „cos" cu 1 (unu) și rezultă:

$$(5)\quad v_6^2 = l_{36'}^2 (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)^2 + l_{6'6} (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_4)^2 + l_{23} \dot{\varphi}_1^2 + 2 l_{23} l_{6'6} \dot{\varphi}_1 (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_4).$$

3. Calculul energiei cinetice a sistemului

$$(6)\qquad E = \sum_{i=1}^{10} E_i = \sum_{i=1}^{10} \left(E_{Ci} + \frac{m_i v_i^2}{2} \right),$$

unde E_{Ci} reprezintă energia cinetică a sferelor din mișcarea lor față de centrul propriu, are loc după cum urmează.

De exemplu, pentru sferele *3*, *4*, *8* din fig. 7 rezultă :

$$E_{Cj}=\frac{1}{2}J_j(\dot{\varphi}_1+\dot{\varphi}_2)^2, \quad \text{pentru} \quad j=3,\ 4,\ 8, \tag{7}$$

iar pentru sferele *5*, *6*, *7* (fig. 8),

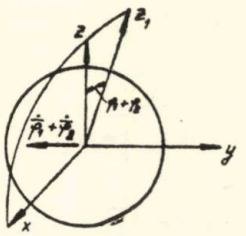


Fig. 7

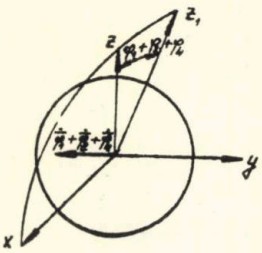


Fig. 8

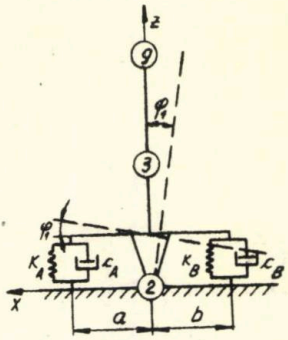


Fig. 9

$$E_{Ck}=\frac{1}{2}J_k(\dot{\varphi}_1+\dot{\varphi}_2+\dot{\varphi}_4)^2, \quad \text{pentru} \quad k=5,\ 6,\ 7. \tag{8}$$

Cu relațiile de forma (5) și (7) sau (8) se calculează (6), care se poate pune sub forma :

$$E=\sum_{i=1}^{4}\frac{1}{2}A_i\dot{\varphi}_i^2+A_{12}\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2+A_{13}\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_3+A_{14}\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_4+A_{24}\dot{\varphi}_2\dot{\varphi}_4, \tag{9}$$

unde, de exemplu :

$$A_2=J_3+J_4+m_4l_{34}^2+J_5+J_6+(m_5+m_6+m_7)(l_{36'}^2+l_{6'6}^2)+J_8+m_8l_{38}^2.$$

4. Ecuațiile diferențiale ale vibrațiilor mici ale sistemului sînt (v. [8], p. 118) :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E}{\partial\dot{\varphi}_i}\right)+\frac{\partial D}{\partial\dot{\varphi}_i}-\frac{\partial E}{\partial\varphi_i}+\frac{\partial E_p}{\partial\varphi_i}=F_i(t), \quad i=1,\ 2,\ 3,\ 4. \tag{10}$$

Coloana, consola, brațul suport și masa le considerăm elemente rigide, articulate, primul la placa de bază, următoarele două la coloană, iar al patrulea (masa) — la consolă, ca în fig. 9, 10, 11 și 12 (cu linie punctată se prezintă pozițiile deplasate ale corpurilor).

Energia potențială a sistemului este

$$E_p=\sum_{i=1}^{4}\frac{1}{2}k_i\varphi_i^2, \tag{11}$$

unde

$$K_1=K_A a^2+K_B b^2, \quad K_2=K_C c^2+K_D d^2 \text{ etc.}$$

Funcția de disipare a energiei este

$$D = \sum_{i=1}^{4} \frac{1}{2} C_i \dot{\varphi}_i^2, \tag{12}$$

în care : $C_1 = c_A a^2 + c_B b^2$, $C_2 = c_C c^2 + c_D d^2$ etc.

Forțele generalizate $F_i(t)$ se determină calculînd lucrul mecanic elementar virtual al forțelor perturbatoare $\bar{F}_x(t)$ și $\bar{F}_y(t)$ (fig. 2 și 3).

$$\delta L = \bar{F}_x \, \delta \bar{r}_6 + \bar{F}_z \, \delta \bar{r}_6 = - F_x \, \delta x_6 + F_z \, \delta z_6 . \tag{13}$$

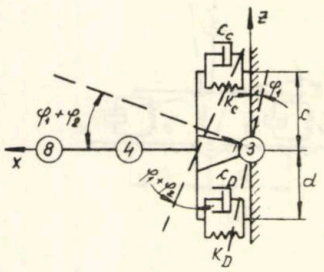


Fig. 10

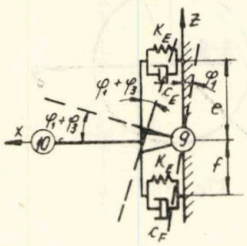


Fig. 11

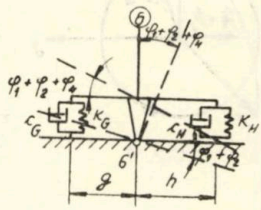


Fig. 12

Se diferențiază relațiile (4) și, după aproximarea funcțiilor trigonometrice pentru arce mici, se obține :

$$\delta L = [F_x (l_{23} + l_{6'6}) + F_z \, l_{36},] \, \delta\varphi_1 + (F_x \, l_{6'6} + F \, l_{36'}) \, \delta\varphi_2 + F_x l_{6'6} \, \delta\varphi_4. \tag{14}$$

Deci :

$$F_1(t) = F_x (l_{23} + l_{6'6}) + F_z \, l_{36}, \quad F_2(t) = F_x l_{6'6} + F_6 \, l_{36}, \quad F_3(t) = 0, \quad F_4(t) = F_x l_{6'6} . \tag{15}$$

Introducînd relațiile (9), (11), (12) și (15) în (10), rezultă :

$$\begin{cases} A_1 \ddot{\varphi}_1 + A_{12} \ddot{\varphi}_2 + A_{13} \ddot{\varphi}_3 + A_{14} \ddot{\varphi}_4 + C_1 \dot{\varphi}_1 + K_1 \varphi_1 = F_1(t), \\ A_{12} \ddot{\varphi}_1 + A_2 \ddot{\varphi}_2 + A_{24} \ddot{\varphi}_4 + C_2 \dot{\varphi}_2 + K_2 \varphi_2 = F_2(t), \\ A_{13} \ddot{\varphi}_1 + A_3 \ddot{\varphi}_3 + C_3 \dot{\varphi}_3 + K_3 \varphi_3 = F_3(t), \\ A_{14} \ddot{\varphi}_1 + A_{24} \ddot{\varphi}_2 + A_4 \ddot{\varphi}_4 + C_4 \dot{\varphi}_4 + K_4 \varphi_4 = F_4(t). \end{cases} \tag{16}$$

Aplicînd transformata Laplace (cu condițiile inițiale nule), sistemului de ecuații diferențiale (16), acesta se transformă într-un sistem de ecuații algebrice, care se poate scrie matriceal :

$$\begin{bmatrix} A_1 s^2 + C_1 s + K_1 & A_{12} s^2 & A_{13} s^2 & A_{14} s^2 \\ A_{12} s^2 & A_2 a^2 + C_2 s + K_2 & 0 & A_{24} s^2 \\ A_{13} s^2 & 0 & A_3 s^2 + C_3 s + K_3 & 0 \\ A_{14} s^2 & A_{24} s^2 & 0 & A_4 s^2 + C_4 s + K_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1(s) \\ \Phi_2(s) \\ \Phi_3(s) \\ \Phi_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(s) \\ F_2(s) \\ F_3(s) \\ F_4(s) \end{bmatrix}. \tag{17}$$

Sistemul (17) se scrie simbolic

$$\mathsf{W}\,\Phi = \mathsf{F}. \tag{18}$$

Ecuația matriceală (18) descrie sistemul automat al modelului vibrației verticale la mașinile de frezat, avînd vectorul intrărilor F și vectorul ieșirilor Φ.

Din (18) rezultă

$$\Phi = \mathsf{W}^{-1}\,.\,\mathsf{F} = \mathsf{H}\,.\,\mathsf{F}. \tag{19}$$

Matricea $\mathsf{H} = \mathsf{W}^{-1}$ se numește matricea de transfer a sistemului, utilizată în studiul comportării dinamice a mașinii și în identificare.

Primită la 2 ianuarie 1977

Universitatea din Galați,
Catedra de mecanică aplicată și instalații navale

BIBLIOGRAFIE

1. Asletine I. A., *Les méthodes de transformation dans l'analyse des systèmes linéaires.* Dunod, Paris, 1964.
2. Buzdugan Gh., Fetcu L., Radeș M., *Vibrațiile sistemelor mecanice.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1975.
3. Călin S., Belea C., *Sisteme automate complexe.* Ed. tehn., Buc., 1973.
4. Kudinov V. A., *Dinamica mașinilor unelte* (trad. din l. rusă). Ed. tehn., Buc., 1970.
5. Manolescu N., *Teoria mecanismelor și a mașinilor.* EDP, Buc., 1972.
6. Rener A., *Un model matematic al comportării dinamice a mașinilor de găurit cu braț radial.* În „Fiabilitatea în construcția de mașini, mașini unelte, scule, dispozitive", Institutul politehnic Iași, 1975.
7. Said S. M., *The Stability of Horizontal Milling Machines.* Inter. J. of Machine Tool-Design & Research, **14**, *3*, 245—267 (1974)
8. Silaș Gh., *Mecanica — vibrații mecanice.* EDP, Buc., 1970.
9. Tobias S. A., *Machine Tool Vibration.* Blackie & Son, London, 1965.

SUR LES VIBRATIONS VERTICALES DES MACHINES FRAISEUSES

(Résumé)

On étudie les vibrations d'une machine fraiseuse horizontale considérée comme système élastique à quatre degrées de liberté et on établi sa matrice de transfert.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 621.822.6

DIMENSIONAL OPTIMIZATION OF THE ROLLER BEARING

II. BASIC DYNAMIC CAPACITY AND DURABILITY

BY

M. D. GAFIȚANU and C. R. RACOCEA

1. Introduction. In a previous paper [6] we presented the principles of a method of sectioning the contact between roller and raceway. According to this method, a roller the generating line of which is a sequence of arcs of circle of finite and infinite radii, can be sectioned in roller segments for which the generating radius is constant. These roller segments can be considered as belonging to some elementary roller bearings, in which the rollers are obtained through the sectioning method mentioned above.

The calculus of the elementary roller bearings basic dynamic capacity and durability is a problem generally known.

In the present paper we propose to determine calculus equations for the roller bearing dynamic capacity and durability, as well as calculus equations for these elementary bearings dynamic capacity and durability.

2. Calculus of the Roller Bearing Basic Dynamic Capacity and Durability. The probability that an ensemble of several elements ensures the fatigue is given by the product of fatigue endurance probabilities of the components. Applying this argument for the durability calculus of an ensemble constitued of several bearings, we can write [3] :

$$\frac{1}{L}=\left[\left(\frac{1}{L_1}\right)^{e_1}+\left(\frac{1}{L_2}\right)^{e_2}+\ldots\right]^{\frac{1}{e}}. \tag{2.1}$$

In the most general case, a roller can be constitued out of a median zone L with linear contact, a marginal zone I from which zone II is removed and an end zone III, all of them with point contact. Accordingly, we can consider that the bearing represents an ensemble made up of four elementary bearings.

Making Eq. (2.1) particular for this situation, we get :

$$\frac{1}{L_R}\left[\left(\frac{1}{L_1}\right)^{e_L}+\left(\frac{1}{L_{12}}\right)^{e_p}-\left(\frac{1}{L_2}\right)^{e_p}+\left(\frac{1}{L_3}\right)^{e_p}\right]^{\frac{1}{e_R}}, \tag{2.2}$$

where e_L and e_p are the exponents corresponding to the linear and point contacts, respectively, having the values

$$e_L = \frac{3}{2}; \quad e_p = \frac{10}{9}. \tag{2.3}$$

The exponent e_R refers to the whole bearing. As the median zone L is of the most importance when calculating the bearing durability we shall consider :

$$e_R = e_L . \tag{2.4}$$

On the other hand :

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^p . \tag{2.5}$$

From the Eqs. (2.2), (2.4) and (2.5) :

$$\left(\frac{P_R}{C_R}\right)^p = \left[\left(\frac{P_L}{C_L}\right)^{pe_L} + \left(\frac{P_{12}}{C_{12}}\right)^{pe_p} - \left(\frac{P_2}{C_2}\right)^{pe_p} + \left(\frac{P_3}{C_3}\right)^{pe_p}\right]^{\frac{1}{e_L}}, \tag{2.6}$$

where the exponent p has the value

$$p = 3. \tag{2.7}$$

We note :

$$w_L = pe_L = \frac{9}{2}; \qquad w_p = pe_p = \frac{10}{3}. \tag{2.8}$$

Afterwards, Eq. (2.6) becomes :

$$C_R = P_R\left[\left(\frac{P_L}{C_L}\right)^{w_L} + \left(\frac{P_{12}}{C_{12}}\right)^{w_p} - \left(\frac{P_2}{C_2}\right)^{w_p} + \left(\frac{P_3}{C_3}\right)^{w_p}\right]^{-\frac{1}{w_L}}. \tag{2.9}$$

We consider the median roller basic dynamic capacity as being decisive in the calculus of the equivalent whole bearing dynamic capacity, so :

$$C_R = P_R\left\{P_L^{w_L} + C_L^{w_L}\left[\left(\frac{P_{12}}{C_{12}}\right)^{w_p} - \left(\frac{P_2}{C_2}\right)^{w_p} + \left(\frac{P_3}{C_3}\right)^{w_p}\right]\right\}^{-\frac{1}{w_L}} C_L. \tag{2.10}$$

We note :

$$g_R = P_R\left\{P_L^{w_L} + C_L^{w_L}\left[\left(\frac{P_{12}}{C_{12}}\right)^{w_p} - \left(\frac{P_2}{C_2}\right)^{w_p} + \left(\frac{P_3}{C_3}\right)^{w_p}\right]\right\}^{-\frac{1}{w_L}}. \tag{2.11}$$

With this notation, Eq. (2.10) becomes :

$$C_R = g_R C_L , \tag{2.12}$$

in which g_R appears to be a factor combining the basic dynamic capacities of the separate bearing components.

Using the equations from [6], bearing loads P_1, P_2 and P_3 that stress the separate bearing components, as well as load P_R stressing the whole bearing can be determined.

The basic dynamic capacity for the point contact median bearing is determined according to [3] from equation :

$$C_L = 59.56 \frac{J_{rL}}{J_{1L}} \left[1 + \left(\frac{J_{2L}}{J_{1L}} \right)^{4.5} \left(\frac{l_{Li}}{l_{L0}} \right)^{3.5} \left(\frac{d_{mR} - d_r \cos \beta}{d_{mR} - d_r \cos \beta} \right)^{19/3} \right]^{-9/2} \times \tag{2.13}$$

$$\times \frac{(d_{mR} - d_r \cos \beta)^{29/27}}{(d_{mR} + d_r \cos \beta)^{1/3}} i^{7/9} d_r^{35/27} l_{Li}^{7/9} d_{mR}^{-26/27} Z^{2/3} \cos \beta.$$

In this equation, the magnitudes d_{mR}, d_r, l_{Li}, l_{L0} and β have the significance from Fig. 1.

The magnitudes J_{rL}, J_{1L} and J_{2L} are determined respectively from Eqs. (2.14), (2.15) and (2.16) made particular for the median elementary bearing, or from the integral forms of these equations (that is Eqs. (2.17), (2.18) and (2.19)).

$$J_r = \frac{1}{Q_{\max}} \frac{1}{Z} \sum_1^Z Q_{(\psi)} \cos \psi, \tag{2.14}$$

$$J_1 = \frac{1}{Q_{\max}} \left[\frac{1}{Z} \sum_1^Z Q^3(\psi) \right]^{1/3}; \tag{2.15}$$

$$J_2 = \frac{1}{Q_{\max}} \left[\frac{1}{Z} \sum_1^Z Q^{10/3}(\psi) \right]^{0.3}; \tag{2.16}$$

$$J_r = \frac{1}{Q_{\max}} \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_{\lim}}^{+\psi_{\lim}} Q(\psi) \cos \psi \, d\psi, \tag{2.17}$$

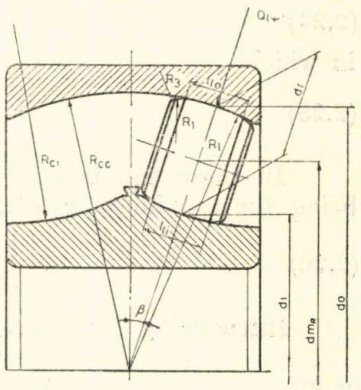


Fig. 1

$$J_1 = \frac{1}{Q_{\max}} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_{\lim}}^{+\psi_{\lim}} Q^3(\psi) \, d\psi \right]^{1/3}, \tag{2.18}$$

$$J_2 = \frac{1}{Q_{\max}} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_{\lim}}^{+\psi_{\lim}} Q^{10/3}(\psi) \, d\psi \right]^{0,3}. \tag{2.19}$$

The calculus of the basic dynamic capacity C_1, C_2 and C_3 of the three elementary bearing with point contact must be done considering the shape and position of the contact ellipse between elementary roller and raceway.

In order to deduce the calculus equation of a bearing basic dynamic capacity, L u n d b e r g and P a l m g r e n [3] reach the conclusion that the probability that a raceway endures is proportional to the maximum shear stress amplitude in the raceway τ_0, number of stress cycles N, and to the volume of the material under stress, that is :

$$\log \frac{1}{S} \sim \frac{\tau_0^c N^e a l_c}{Z_0^{h-1}}. \tag{2.20}$$

The maximum shear stress amplitude τ_0 is determined by

$$\tau_0 = T\sigma_{max}, \tag{2.21}$$

in which :

$$T = \frac{\sqrt{2t-1}}{2t(t+1)} \tag{2.22}$$

and

$$\sigma_{max} = \frac{3Q}{2\pi ab}. \tag{2.23}$$

The shear stress τ_0 appears at the depth

$$Z_0 = \xi b, \tag{2.24}$$

in which

$$\xi = \frac{1}{(t+1)\sqrt{2t-1}}. \tag{2.25}$$

In these equations, t represents an auxiliary parameter defined as being the maximum positive root of the equation :

$$\frac{b}{a} = \sqrt{(t^2-1)(2t-1)}. \tag{2.26}$$

Introducing Eqs. (2.21), (2.23) and (2.24) in (2.20), this becomes :

$$\log \frac{1}{S} \sim \frac{T^c a l_c}{(\xi b)^{h-1}} \left(\frac{Q}{ab}\right)^c N^e. \tag{2.27}$$

H e r t z gives the following equations, for the calculus of a contact ellipse half-axes :

$$a = \mu \sqrt[3]{\frac{3Q}{E_0 \Sigma\rho}}, \tag{2.28}$$

$$b = \nu \sqrt[3]{\frac{3Q}{E_0 \Sigma\rho}}. \tag{2.29}$$

Coefficients μ and ν are determined according to the curvatures difference of the bodies in contact $F(\rho)$. In order to determine the curvature difference $F(\rho)$ it is necessary to establish, first the main plane *1* and *2*. These represent two planes perpendicular on te contact ellipse surface. The main plane *1* contains the minor axis, while the main plane *2* contains the major axis of the contact ellipse.

After these specifications, the curvature difference $F(\rho)$ is found in the equation :

$$F(\rho) = \frac{(\rho_{I1} - \rho_{I2}) + (\rho_{II1} - \rho_{II2})}{\Sigma\rho}. \tag{2.30}$$

Index I refers to the body *I*, and index II refers to the body *II* (Fig. 2).

In the case that the main plane *2* contains the roller axis, we say that the rolling of the roller take place along the minor axis of the contact ellipse (Fig. 2*a*), while in the case that the main plane *2* is perpendicular on the roller axis, we say that the rolling of the roller takes place along the major axis of the contact ellipse.

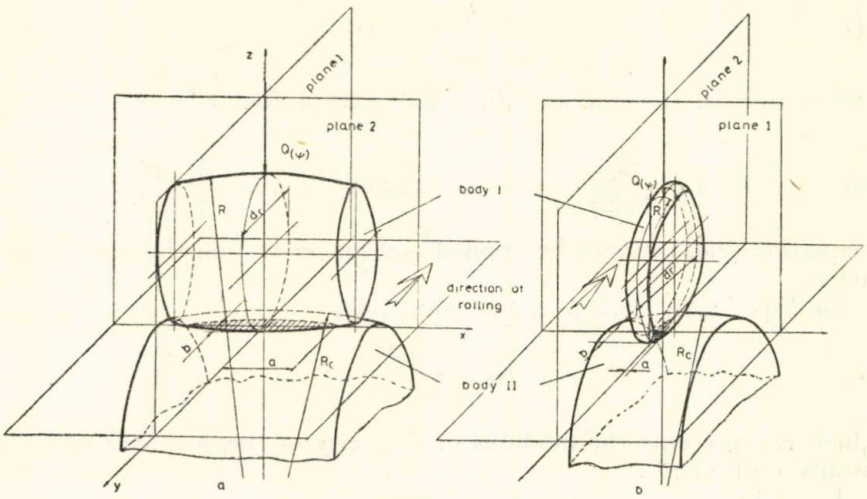


Fig. 2

In order to find out in which variant we are under an actual situation, we shall define — at first arbitrarily — plane *1* and *2* and we shall calculate the curvature difference $F(\rho)$ using (2.30). If

$$0 \leqslant F(\rho) \leqslant 1 \tag{2.31}$$

we find that the main plane have been well defined. Conversely, we need a reversal of the planes and a recalculation of the curvature difference $F(\rho)$.

If the roller rolling takes place along the minor axis of the contact ellipse, we need Eqs. (2.28) and (2.29) to find the magnitude of the half-axes a and b.

In their paper [3], L u n d b e r g and P a l m g r e n developed the calculus of the basic dynamic capacity in the case that the rolling takes place along the minor axis of the contact ellipse, namely for

$$0 \leqslant \frac{b}{a} \leqslant 1 \tag{2.32}$$

for the basic dynamic capacity of a roller bearing whith point contact, reaching the equation :

$$C = 10\frac{J_r}{J_1}\left[1+\left(\frac{J_2}{J_1}\right)^{10/3}\left(\frac{d_{mR}-d_r\cos\beta}{d_{mR}+d_r\cos\beta}\right)^{\frac{51.7}{9}}\left(\frac{R_i}{R_0}\frac{R_0-R_r}{R_i-R_r}\right)^{\frac{4.1}{3}}\right]^{-0.3}\times$$
$$\times\frac{(d_{mR}-d_r\cos\beta)^{1.39}}{(d_{mR}-d_r\cos\beta)^{1/3}}\left(\frac{2R_r\,R_i}{R_i-R_r}\right)^{0.41} i^{0.7}\,Z^{\frac{2}{3}}\,d_r^{1.69}\,d_{mR}^{-\frac{4.07}{9}}\cos\beta. \tag{2.33}$$

The geometrical magnitudes that occur in this equation have the significance given in Figs. 1 and 2, and magnitudes J_r, J_1 and J_2 are found in Eqs. (2.14) ... (2.19).

In the case that the roller rolling takes place along the major axis of the contact ellipse (Fig. 2*b*), that is for

$$\frac{b}{a} > 1, \tag{2.34}$$

the magnitude of the contact ellipse half-axes is found in :

$$a = \nu \sqrt[3]{\frac{3Q}{E_0 \Sigma\rho}}, \tag{2.35}$$

$$b = \mu \sqrt[3]{\frac{3Q}{E_0 \Sigma\rho}} \tag{2.36}$$

and equation (2.33) cannot be applied any longer to find the basic dynamic capacity.

In Eqs (2.28), (2.29), (2.35) and (2.36)

$$E_0 = \frac{m^2 E}{m^2 - 1}, \tag{2.37}$$

in which E represents the modulus of elasticity of the material and $1/m$ is Poisson's coefficient,.

From Eqs. (2.35) and (2.36) we find :

$$ab^2 = \nu\mu^2 \frac{3Q}{E_0 \Sigma\rho}. \tag{2.38}$$

Noting with : u — number of stresses of one point on the raceway during a complete revolution of the bearing ; L — durability in millions of revolutions ; we have

$$N = uL. \tag{2.39}$$

Introducing Eqs. (2.35), (2.38) and (2.39) in (2.27) and taking into consideration that length l_c is proportional to the raceway diameter D_c, we can write :

$$\log \frac{1}{S} \sim \frac{T^c}{\xi^{h-1}} \left[\frac{E_0 d_r \Sigma\rho}{3\nu\mu^2}\right]^{\frac{c+h-1}{2}} \left[\frac{D_r}{a}\right]^{\frac{c-h-1}{2}} \left[\frac{Q}{D_r^2}\right]^{\frac{c-h+1}{2}} D_c D_r^{2-h} u^e L^e \tag{2.40}$$

or :

$$\log \frac{1}{S} \sim \frac{T^c}{\xi^{h-1}\, \mu^{c+h-1}\nu^{c-1}} \left[\frac{E_0 D_r \Sigma\rho}{3}\right]^{\frac{2c+h-2}{3}} \left[\frac{Q}{D_r^2}\right]^{\frac{c-h+2}{3}} D_c D_r^{2-h} u^e L^e. \tag{2.41}$$

Noting with T_1 and ξ_1 the values of functions T ad ξ for the ratio $b/a = 1$, the function $\log 1/S$ is recalculated. Making the ratio of the two equations of $\log 1/S$, we find :

$$\frac{Q}{D_r^2} L^{\frac{3e}{c-h+2}} = A_1 \Phi D_r^{-\frac{3(3-h)}{c-h+2}}, \tag{2.42}$$

in which :

$$\Phi = \left[\left(\frac{T}{T_1}\right)^c \left(\frac{\xi_1}{\xi}\right)^{h-1} \frac{(D_r \Sigma\rho)^{\frac{2c+h-2}{3}}}{\mu^{c+h-1}\,\nu^{c-1}} \frac{D_c}{D_r}\, u^e\right]^{-\frac{3}{c-h+2}}. \tag{2.43}$$

If we write Q_c representing roll body load corresponding to the basic dynamic capacity of the elementary bearing, then $L = 1$ and Eq. (2.42) becomes :

$$Q_c = A_1\, \Phi\, D_r^{\frac{2c+h-5}{c-h+2}}. \tag{2.44}$$

But the roll body load Q is proportional to the bearing load P applied to the elementary bearing, while Q_c is proportional to the basic dynamic capacity, having the same proportionality factor. From Eqs. (2.42) and (2.44) we find :

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^p \tag{2.45}$$

where

$$p = \frac{c-h+2}{3e}. \tag{2.46}$$

The effect of the relative conformity affects factor Φ given by Eq. (2.43). After calculating the curvatures of the two bodies in contact we find :

$$\rho_{I1} = \frac{1}{R}; \quad \rho_{I2} = \frac{2}{D_r}; \quad \rho_{II1} = -\frac{1}{R_c}; \quad \rho_{II2} = \pm\frac{2\cos\beta}{D_c}, \tag{2.47}$$

these being relations in which the above sign will be considered for the inner ring, while the under one will represent the outer ring.

Introducing Eqs. (2.47) in (2.30), we can write :

$$\begin{aligned} F(\rho)\Sigma\rho &= \frac{1}{R} - \frac{2}{D_r} - \frac{1}{R_c} \mp \frac{2\cos\beta}{D_c}, \\ \Sigma\rho &= \frac{1}{R} + \frac{2}{D_r} - \frac{1}{R_c} \pm \frac{2\cos\beta}{D_c}, \end{aligned} \tag{2.48}$$

or :

$$\begin{aligned} F(\rho)\frac{D_r}{2}\Sigma\rho &= \frac{D_r}{2R} - 1 - \frac{D_r}{2R_c} \mp \frac{D_r\cos\beta}{D_c}, \\ \frac{D_r}{2}\Sigma\rho &= \frac{D_r}{2R} + 1 - \frac{D_r}{2R_c} \pm \frac{D_r\cos\beta}{D_c}. \end{aligned} \tag{2.49}$$

But

$$D_c = d_{mR} - D_r\cos\beta, \tag{2.50}$$

for the inner ring, and

$$D_c = d_{mR} + D_r\cos\beta \tag{2.51}$$

for the outer ring.

Introducing Eqs. (2.50) and (2.51) in (2.49) we get :

$$F(\rho)\frac{D_r}{2}\Sigma\rho = \frac{D_r}{2R} - 1 - \frac{D_r}{2R_c} \mp \frac{D_r \cos\beta}{d_{mR} \mp D_r \cos\beta} \tag{2.52}$$

and

$$\frac{D_r}{2}\Sigma\rho = \frac{D_r}{2R} + 1 - \frac{D_r}{2R_c} \pm \frac{D_r \cos\beta}{d_{mR} \mp D_r \cos\beta}. \tag{2.53}$$

Adding and making the difference of Eqs. (2.53) and (2.52) we find :

$$[1 + F(\rho)]\frac{D_r}{2}\Sigma\rho = D_r\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_c}\right), \tag{2.54}$$

$$[1 - F(\rho)]\frac{D_r}{2}\Sigma\rho = \frac{2}{1 \mp \dfrac{D_r \cos\beta}{d_{mR}}}. \tag{2.55}$$

From Eq. (2.55) we get :

$$D_r\Sigma\rho = \frac{4}{[1 - F(\rho)]\left[1 \mp \dfrac{D_r \cos\beta}{d_{mR}}\right]}. \tag{2.56}$$

We write :

$$\Omega = \frac{1 + F(\rho)}{1 - F(\rho)} = \frac{D_r}{2R}\,\frac{R_c - R}{R_c}\left[1 \mp \frac{D_r \cos\beta}{d_{mR}}\right]. \tag{2.57}$$

The number of stresses of a point on the raceway, during a complete revolution on the bearing u, can be found from equation :

$$u = \frac{Z}{2}\left[1 \pm \frac{D_r \cos\beta}{d_{mR}}\right], \tag{2.58}$$

in which Z represents the number of roll bodies per row.

Introducing Eqs. (2.50), (2.51), (2.56) and (2.58) in (2.43) we get :

$$\Phi = 2^{\frac{3e-4c-2h+4}{c-h+2}}[1-F(\rho)]^{\frac{2c+h-2}{c-h+2}}\left[\frac{T}{T_1}\right]^{-\frac{3c}{c-h+2}}\left[\frac{\xi_1}{\xi}\right]^{\frac{3-3h}{c-h+2}}\mu^{\frac{3(c+h-1)}{c-h+2}}\times$$

$$\times\,\nu^{\frac{3(c-1)}{c-h+2}}\frac{\left[1 \mp \dfrac{D_r \cos\beta}{d_{mR}}\right]^{\frac{2c+h-5}{c-h+2}}}{\left[1 \pm \dfrac{D_r \cos\beta}{d_{mR}}\right]^{\frac{2e}{c-h+2}}}\left[\frac{D_r}{d_{mR}}\right]^{\frac{2e}{c-h+2}} Z^{-\frac{3e}{c-h+2}}. \tag{2.59}$$

On the basis of the experiments effected, L u n d b e r g and P a l m g r e n [3] found for c, e and h the following values for point contact :

$$c = \frac{31}{3}; \quad e = \frac{10}{9}; \quad h = \frac{7}{3}. \tag{2.60}$$

With these values Eq. (2.59) becomes :

$$\Phi = 2^{-\frac{11,6}{3}}[1-F(\rho)]^{\frac{6,2}{3}}\left[\frac{T_1}{T}\right]^{3,1}\left[\frac{\xi}{\xi_1}\right]^{0,4}\mu^{3,5}\nu^{2,8}\times$$

$$\times\frac{\left[1\mp\frac{D_r\cos\beta}{d_{mR}}\right]^{1,8}}{\left[1\pm\frac{D_r\cos\beta}{d_{mR}}\right]^{1/3}}\left[\frac{D_r}{d_{mR}}\right]^{0,3}Z^{-1/3}. \tag{2.61}$$

We write :

$$\omega=[1-F(\rho)]^{\frac{6,2}{3}}\left[\frac{T_1}{T}\right]^{3,1}\left[\frac{\xi}{\xi_1}\right]^{0,4}\mu^{3,5}\nu^{2,8}. \tag{2.62}$$

On the basis of Table 1 function $\omega = f(\Omega)$ was represented in Fig. 3.

Table 1

b/a	$F(\rho)$	Ω	μ	ν	ω
1	0	1	1	1	1
1.154754	0.1075	1.240896	0.9318	1.0760	0.814490
1.555706	0.3204	1.942908	0.8114	1.2623	0.555715
2	0.4795	2.842459	0.7278	1.4556	0.408597
2.458502	0.5916	3.897160	0.6687	1.6440	0.322206
2.923619	0.6716	5.090134	0.6245	1.8258	0.266873
3.419486	0.7332	6.496252	0.5881	2.0110	0.226757
4.133212	0.7948	8.746589	0.5480	2.2650	0.188440

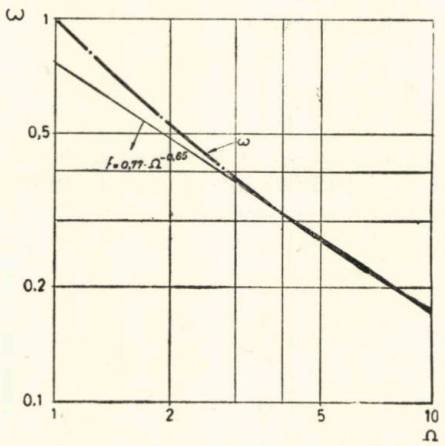


Fig. 3

Function ω is approximated by a function f :

$$f = 0{,}77\,\Omega^{-0{,}65} \tag{2.63}$$

$$\omega \approx 0{,}77\left[\frac{2R}{D_r}\,\frac{R_c}{R_c-R}\right]^{0,65}\left[1 \mp \frac{D_r\cos\beta}{d_{mR}}\right]^{-0,65}. \tag{2.64}$$

Function Φ becomes :

$$\Phi = 0.0527847\left[\frac{2R}{D_r}\,\frac{R_c}{R_C-R}\right]^{0,65}\frac{\left[1 \mp \dfrac{D_r\cos\beta}{d_{mR}}\right]^{1,15}}{\left[1 \pm \dfrac{D_r\cos\beta}{d_{mR}}\right]^{1/3}}\left[\frac{D_r}{d_{mR}}\right]^{0.3} Z^{-1/3}. \tag{2.65}$$

Function Φ given by Eq. (2.65) and the exponents values c, e and h given by Eq (2.60), as well as the constant of material for standard bearings $A_1 = 112.2$ introduced in (2.44) lead us to :

$$Q_c = 5.92255\left[\frac{2R}{D_r}\,\frac{R_c}{R_c-R}\right]^{0,65}\frac{\left[1 \mp \dfrac{D_r\cos\beta}{d_{mR}}\right]^{1,15}}{\left[1 \pm \dfrac{D_r\cos\beta}{d_{mR}}\right]^{1/3}}\left[\frac{D_r}{d_{mR}}\right]^{0,3} D_r^{1,8}\, Z^{-1/3}. \tag{2.66}$$

The dynamic capacity of an elementary bearing is determined by the equation

$$C = g_c\, C_i, \tag{2.67}$$

in which :

$$g_c = \left[1 + \left(\frac{C_i}{C_0}\right)^w\right]^{-\frac{1}{w}}. \tag{2.68}$$

The basic dynamic capacities for the two rings inner C_i and outher C_o, — are determined by equations :

$$C_i = Q_{ci}\, Z\,\frac{J_r}{J_1}\, i^{0,7}\cos\beta\,; \qquad C_o = Q_{co}\, Z\,\frac{J_r}{J_2}\, i^{0,7}\cos\beta, \tag{2.69}$$

in which i is the number of rows of roll bodies in the elementary bearing.

Eqs. (2.66), (2.68) and (2.69) introduced in (2.67) lead us to the final form of the basic dynamic capacity of a bearing with point contact between rollers and raceway, when the rolling take place along the major axis of the contact ellipse, namely :

$$\begin{aligned} C = 5.9\,\frac{J_r}{J_1}\Bigg[1 + \left(\frac{J_2}{J_1}\right)^{\frac{10}{3}}\left(\frac{R_{ci}}{R_{co}}\,\frac{R_{ci}-R}{R_{co}-R}\right)^{\frac{6,5}{3}}\left(\frac{d_{mR}-D_r\cos\beta}{d_{mR}+D_r\cos\beta}\right)^{\frac{44,5}{9}}\Bigg]^{-0,3} \times \\ \times\left[\frac{2R}{D_r}\,\frac{R_{ci}}{R_{ci}-R}\right]^{0,65}\frac{[d_{mR}-D_r\cos\beta]^{1,15}}{[d_{mR}-D_r\cos\beta]^{1/3}}\; i^{0.7}\, D_r^{2.1}\, d_{mR}^{-\frac{3,35}{3}}\, Z^{\frac{2}{3}}\cos\beta. \end{aligned} \tag{2.70}$$

Using Eqs. (2.13), (2.33) and (2.70) we can find all the basic dynamic capacities of the separate bearing components, while Eq. (2.12) is mostly useful for finding the equivalent dynamic capacity for the whole bearing.

3. Conclusions. This paper presents a pattern of calculus of the bearing basic dynamic capacity and durability, in the case that the contact between roller and raceway is treated through the sectioning method [6]. This calculus is applicable both to the spherical and the cylindrical bearings. The way in which this problem has been solved in the present paper permits the study of a varying basic dynamic capacity and durability of the roller bearings under stress. This problem will constitute the subject matter of a subsequent paper.

Nomenclature

A — material constant for the basic dynamic capacity
C — basic dynamic capacity
D — diameter
E — modulus of elasticity
F — function sign
J_r — radial load integral
J_1 — factor relating mean load on a rotating raceway to Q_{max}
J_2 — factor relating mean load on a nonrotating raceway to Q_{max}
L — life in millions of revolutions
N — life in millions of stress cycles
P — bearing load
Q — roll body load
R — radius of curvature
S — probability that the material will endure
Z — number of roll bodies per row
a, b — major and minor half-axes of the pressure ellipse, respectively
d — diameter
c, e, h — exponents in the formulas for life dispersion
g — factor combining the basic dynamic capacities of the separate bearing components
i — number of rows of roll bodies
l — length
p — exponent in the life formula
t — auxiliary quantity
u — number of contact cycles per bearing revolution
w — exponent
x, y, z — coordinates
Z_0 — depth below the surface at which the maximum shear stress amplitude occurs
β — contact angle
μ, ν — coefficients for determination of the major and minor halfaxes of the pressure ellipse (a and b) respectively
σ — normal stress
τ_0 — maximum shear stress ampitude
Φ, Ω — function signs
ψ — angle coordinate measured from the most heavely loaded roll body
ω — quantity depending only on b/a
ρ — curvature

Subscripts

c — raceway
i — inner
L — median zone L [6]
lim — limiting
m — medium
max — maximum
o — outer
p — point contact zone
R — roller bearing
1 — marginal zone I [6]
2 — zone II [6]
3 — edge zone III [6]
12 — zone I cumulated with zone II [6]

Received December 15, 1976

Polytechnic Istitute, Jassy,
Department of Machine Design

REFERENCES

1. Harris T. A., *Rolling Bearings Analysis.* John Wiley & Sons, Inc., New York— London — Sydney, 1966.
2. Harris T. A., *The Effect of Misalignement on the Fatigue Life of Cylindrical Roller Bearings Crowned Rolling Members.* Paper Amer. Soc. Mech. Eng., N. Lub. *3.7.*
3. Lundberg G., Palmgren A., *Dynamic Capacity of Rolling Bearings.* Acta polytechnica, Mechanical Engineering Series, Stockholm, *I, 3* (1947).

4. * * * *Constructive Forms meant to Improve the Contact Conditions between Rings and Rolling Bodies in the Radial Bearings with Cylindrical Rollers.* Contract No. *3238*/1974, Final proceedings. Polytechnic Institute of Jassy, Faculty of Mechanics, 1974.
5. * * * *Soluții constructive tip C pentru rulmenții oscilanți cu role butoi pentru mărirea durabilității și asigurarea competitivității la export.* Contract Nr. *7268*/1976, Institutul politehnic Iași, Facultatea de mecanică, 1976.
6. Gafițanu M. D., Berlea I., Racocea C. R., *Dimensional Optimization of the Roller Bearing.* (I) *Theoretical Considerations.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXIII (XXVII)**, *1—2*, s. IV, 21—28 (1977)

OPTIMIZAREA DIMENSIONALĂ A RULMENȚILOR CU ROLE

II. Capacitatea dinamică de bază și durabilitatea

(Rezumat)

Pe baza metodei de secționare a rolei în segmente cu generatoarea constantă, enunțată anterior [6], în prezenta lucrare sînt soluționate problemele calculului capacității dinamice de bază și a durabilității. În lucrarea ulterioară ne propunem corelarea rezultatelor teoretice obținute aici cu rezultatele experimentale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 621.833 ; 678.675

DYNAMIC EFFECTS AT GEAR TOOTH ACTION OF POLYAMIDE GEARS

BY

SPIRIDON CREȚU and M. D. GAFIȚANU

0. Introduction. The application of some calculus recommendations [7] can lead to the conclusions that at speeds greater than 10 m/s, dynamic overloadings would be decisive in the limiting of the load capacity of plastic gears.

A direct application to this gears of some dynamic phenomena that had been pointed out at metallic gears was proved to be unsatisfactorily [1], [9]. The pecularities of the mechanical behaviour of plastic materials, specific aspects concerning the gear-tooth action have imposed special considerations [1], [2], [4], [6], [8].

However an accurate estimate of dynamic phenomena has to take into account the following specific factors : i) the small rigidity and its dependence on the rate of deformation ; ii) internal friction losses ; iii) gear-tooth action with an increased contact ratio ; iv) gear-tooth action on the edge during both the entrance and the exit of the tooth in the contact zone ; v) cosiderable variation of the teeth rigidity while they are in contact.

The purpose of this paper is to point out experimentally the mode of the load variation on the teeth of plastic gears. In order to explain the results obtained experimentally a theoretical model is also proposed.

In agreement with those mentioned above the following theoretical behaviour model would correspond :

$$m\ddot{x}+C_{am}(\dot{x})f(x)+C_0(t)E(x)x=F(t), \tag{1}$$

where: m — the mass of the equivalent oscillatory system with one degree of freedom ; $C_{am}(x)$ — the damper characteristic ; $C_0(t)$ — the rigidity of the pair of teeth in contact ; $E(x)$ — modulus of elasticity ; $F(t)$ — the force transmited.

1. Experimental Tests. 1.1. *Apparatus. Test Rig.* The experimental tests was carried out on a closed power circuit rig [5] (Fig. 1).

The system was loaded by an axial movement of the shaft *1* with helical gears. The torque in system was established by the correlation bet-

ween the axial force on the shaft *1* and the torsion deformation of the shaft *3* and was measured by strain gauges type INCERC ($R = 117 \pm 0.17$ % Ω, $k = 2$, $l = 8$ m).

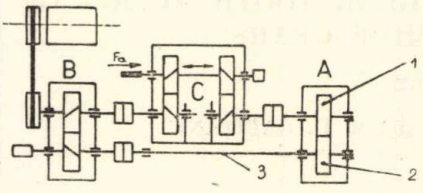


Fig. 1

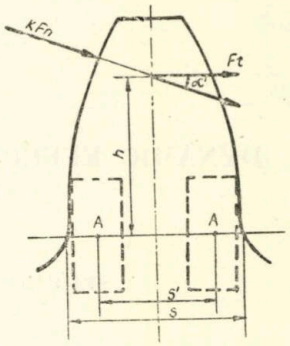


Fig. 2

The specimen plastic gear *3* was mounted on a shaft.

1.2. *Gears.* Mechanical and dimensional characteristics of the tested gear are presented in Table 1.

Table 1

Characteristics	Pinion	Gear
Material	OLC 45 (STAS 880—60)	POLYAMIDE B
Tensile strength	640 MPa	83 MPa
Yield limit	360 MPa	(45—73) MPa
Bending elastic modulus	$2.1\ 10^5$ MPa	866 MPa
Module	5 mm	
Number of teeth	20	
Pitch helix angle	0°	
Tooth width	36 mm	18 mm
Pressure angle	20°	
Accurate class	8	9
Roughness	0.4 μm	0.8 μm

In Fig. 2 is presented the manner in which strain gauges type HOTTINGER — BALDWIN ($R = 118.4 \pm 0.5\%$ Ω, $k = 1.95 \pm 1\%$, 3 mm) was mounted on the plastic tooth. The block diagram of the electric equipment is shown in Fig. 3.

1.3. *Test Conditions.* Tests were performed in the following experimental conditions : i) torques in system : 7.6 ; 15.2 ; 23.3 ; N.m ; ii) rotational speeds : 950 ; 1 570 ; 1 800 ; r.p.m. ; iii) poor lubrication by drip with M20 oil on the teeth surface ; iv) working temperature mentained at 22 ± 3°C.

1.4. *Experimental Results Synthesis.* Using the oscillograms (Fig. 5), recorded in the test conditions presented above, the following conclusions were obtained :

i) There was a qualitative correlation between tee load variation on tooth in dynamic conditions and the load variation in static conditions, [5] (Fig. 4, 5) ;

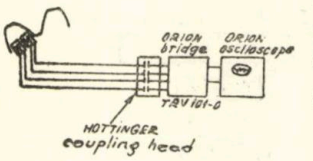


Fig. 3

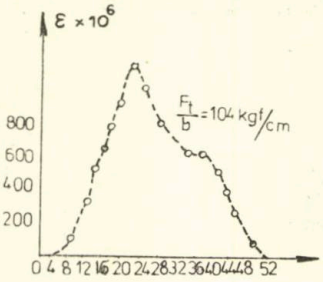


Fig. 4

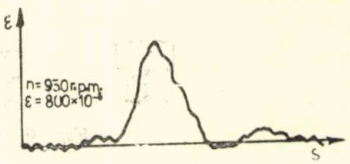


Fig. 5

ii) The duration of gear-tooth action was appreciated on the oscillograms ; without exception it was smaller than the time corresponding to the theoretical contact ratio ε_t : $(0.6 \ldots 0.72)\varepsilon_t$;

iii) The time of gear-tooth action increased as long as the load on the tooth was increased ; this fact is in agreement with the former observations [4] ;

iv) No specific dynamic phenomena at the entrance or at the exit of gear-tooth in action and also no influence of peripherical speed were noticed.

2. Theoretical Considerations. Dynamic phenomena in gear-tooth action can be treated in a common way analysing the system presented in Fig. 6.

In comparision with the more complex theoretical model, presented above, the model shown in Fig. 6 neglects : the damping of the oil film in poor lubrication conditions ; the internal friction ; the influence of both pitch and profile errors in comparision with the greater elastic deformations ; the time-variation of the force transmited and the variation of Young's modulus with speed ; damping in kinematic couplings of the circuit by friction and shock phenomena :

$$M\ddot{x} + C(t)\, x = F, \tag{2}$$

where M is the reduced mass of the system.

2.1. *The Extrance in Gear-tooth Action without Shock Phenomena.* The rigidity of gear-tooth action [5] was computed using the following equation :

$$c\,(t) = EB \sum_{1}^{n} c_{0i}\,(t)\,, \tag{3}$$

where relative rigidities are given in Fig. 7 for the gear studied and n is the number of testh in gear-tooth action.

Because the rigidity of the system was time dependent, the solution of Eq. (2) was found for the time intervals with constant rigidity :

$$(4)\qquad \begin{cases} x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \dfrac{x_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + \dfrac{F}{C}(1 - \cos \omega_n t), \\ \dot{x}(t) = -\omega_n x_0 \sin \omega_n t + x_0 \cos \omega_n t + \dfrac{F\omega_n}{C} \sin \omega_n t. \end{cases}$$

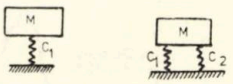


Fig. 6

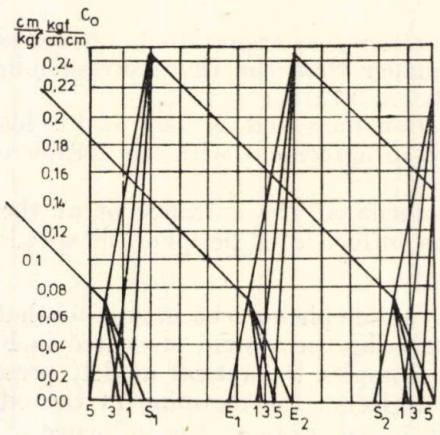


Fig. 7

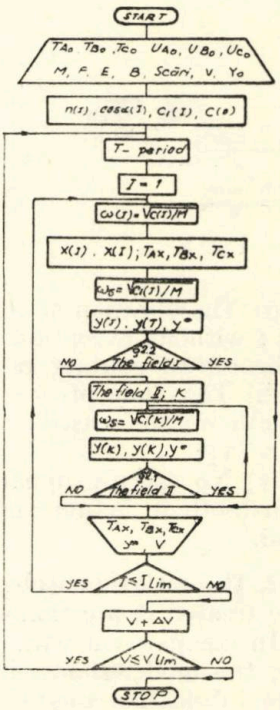


Fig. 8

For initial conditions $x_0 = A$; $\dot{x}_0 = B$, the solution of the equation is

$$(5)\qquad \begin{cases} x(t) = T_A A + T_B B + T_C, \\ \dot{x}(t) = u_A A + u_B B + u_C; \end{cases}$$

the load on the tooth

$$(6)\qquad kF_n = x(t)\, C_1(t)$$

and at a similar scale with that used in oscillograms :

$$(7)\qquad x^* = x_C(t) C_1(t)\, h(t) \cos \alpha'(t) = T_{Ax} A + T_{Bx} B + T_{Cx}.$$

In Fig. 8 is presented the flow chart for the case of gear studied, with the contact ratio $\varepsilon < 2$.

2.2. *The Entrance in Gear-tooth Action with Shock Phenomena.* Because of the reduced actual value of the contact ratio, experimental measurements have not pointed out any shock phenomena. Former investigations [5] show that in the runing with increased values of the contact ratio ($\varepsilon > \varepsilon_t$, $\Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_t$ where ε, ε_t — actual and respectively theoretical contact ratio) there were specific shock phenomena depending on the pheripherical speed :

$$V_0 = 90.1\, V z^{-1.77}\, \Delta\, \varepsilon^{1.1}, \tag{8}$$

where V — pheripherical speed (m/s) and z — number of teeth. The introduction in the theoretical model proposed of the shock phenomenon just mentioned is realized on the basis of Fig. 10.

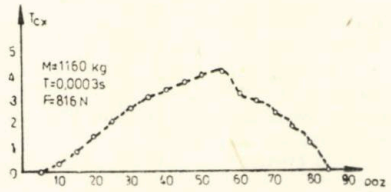


Fig. 9

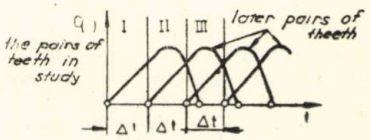


Fig. 10

The force that stress the pair of teeth in gear-tooth action is :

$$y^* = \left[C_1(t)\, x(t) + C_1(t)\, y(t) - \sum_{1}^{n-1} C_1(t - n\Delta t)\, y(t - n\Delta t)\, \frac{C_1(t)}{\sum_{1}^{n-1} C_1(t - n\Delta t)} \right] \times \tag{9}$$

$$\times h(t) \cos \alpha'(t),$$

where the terms number 2 and 3 coresponds to the shock over-loading, $x(t)$ — the shock deformations ; t — the pitch of gear-tooth action in time ; n — number of pair of teeth in gear-tooth action I, $n = 1$; II, $n = 2$; III, $n = 3$. The initial conditions there are :

$$\begin{cases} t = 0\,;\ y = 0\,;\ \dot{y} = V_0\,; \\ y(t) = A \sin \omega_n t + B \cos \omega_n t. \end{cases} \tag{10}$$

The overloading due to shock, resulted from the calculation in the same conditions as at the point **2.1** is presented at the same scale in Fig. 11. The values were calculated for the contact ratio $\varepsilon = 0.8\, \varepsilon_t + \Delta\varepsilon$ (Fig. 9).

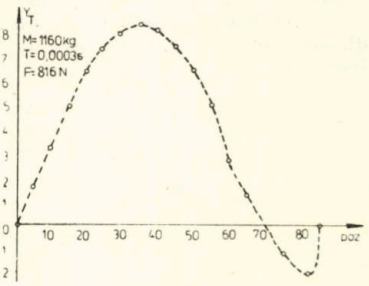


Fig. 11

3. Conclusions. Experimental and theoretical investigations have pointed out the following conclusions :

1. The analysis of the load variation on the tooth during the gear-tooth action performed experimentally with strain gauges did not proved the presence of significant dynamic phenomena depending on the pheripherical speed.

2. It were proposed both a simplified model in order that the vibrating system and a differential equation can be solved with a computer.

3. In order to obtain general conclusions, the shock phenomena which are produced at the entrance and the exit of the edges in gear-tooth action were taken into account.

4. Dimensional and economical consequences justify a sensible reduction 1.1 ... 1.25 of the dynamic factor in the designing of plastic gears.

Received July 4, 1977

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Machine Design

REFERENCES

1. Баркадзе Н. Н., ДАН Груз. АН., **XLVII**, *2* (1967).
2. Bujoreanu V., Materiale plastice, **IX**, *10*, 549 (1972).
3. Cornelius E. A., Konstruktion, **XVII**, *11*, 437.
4. Gafițanu M. D., St. Cerc. Mec. Apl., **XXVI**, *6*, 1249 (1967).
5. Gafițanu M. D., *Contribuții la studiul capacității portante a angrenajelor poliamidă/oțel.* Teză de doctorat, Inst. polit. București, 1968.
6. Gafițanu M. D., Materiale plastice, **VII**, *6*, 276 (1970).
7. Hall K. W., Mechanical Engineering, **V**, 50 (1959).
8. Макеев Б. А., Тр. харковск. инст. им. В. И. Ленина, **XVI** (1957).
9. Manea Gh., Materiale plastice, **VII**, *10*, 503 (1970).

EFECTE DINAMICE LA ANGRENAREA ROȚILOR DIN POLIAMIDĂ

(Rezumat)

Recomandările de calcul [7] conduc la concluzia că în cazul vitezelor ridicate (> 10 m/s) suprasolicitările dinamice ar fi decisive în limitarea capacității portante a angrenajelor din materiale plastice. Simpla transpunere la aceste angrenaje a unor fenomene dinamice constatate la angrenajele metalice s-a dovedit însă insuficientă [1], [9].

Lucrarea pune în evidență, prin încercări experimentale, modul de variație a sarcinii pe dinții roților dințate din poliamidă. Se propune, de asemenea, și un model teoretic necesar interpretării rezultatelor experimentale.

Analiza efectuată experimental și teoretic nu a demonstrat prezența unor fenomene dinamice însemnate, chiar dacă s-a găsit că gradul de acoperire real a fost mai mic decît cel teoretic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 536.24

STUDIUL TRANSFERULUI DE CĂLDURĂ LOCAL LA CURGEREA AMESTECURILOR BIFAZICE GREU VOLATILE

DE

I. CURIEVICI, D. PERETZ, M. URSESCU, S. ȘERBAN și A. SEGAL

1. **Introducere.** Pînă în prezent, pe plan mondial se cunosc puține cercetări referitoare la agenții purtători de căldură, tip suspensii gaz—lichid; cercetările efectuate [1]... [4] s-au limitat la geometrii simplificate de curgere și la aprecierea transferului global de căldură, fără a analiza influența pe care o are natura picăturilor de lichid din suspensie asupra comportării amestecului bifazic.

Într-o lucrare anterioară [5] autorii au prezentat problema determinării transferului local de căldură la curgerea prin țevi a amestecurilor bifazice gaz—lichid și a explicării mecanismelor care intervin în acest proces. Mecanismul trecerii căldurii este deosebit de complex, deoarece o parte din picături se depun pe suprafața de schimb de căldură formînd un film descendent la a cărui interfață are loc continuu un schimb de lichid cu amestecul în curgere, prin desprindere și depunere de picături; concomitent are loc o evaporare parțială a lichidului din film și din picături.

Formarea filmului lichid pe suprafața de schimb de căldură conduce la intensificarea trecerii căldurii prin reducerea rezistenței termice a stratului limită gazos, iar capacitatea calorică mărită a amestecului bifazic contribuie de asemenea la intensificarea transferului de căldură.

În lucrarea [6] sînt expuse rezultatele obținute la curgerea amestecului bifazic aer—apă prin circuite cu secțiune inelară, iar în [7] este arătată o posibilitate concretă de folosire industrială a purtătorilor de căldură tip gaz—lichid.

În lucrarea de față sînt prezentate rezultatele cercetărilor privind transferul de căldură în cazul folosirii unui amestec bifazic gaz-lichid greu volatil, curgînd prin țevi verticale încălzite la temperaturi de cca 100°C.

Ca lichid greu volatil s-a utilizat motorină cu interval de fierbere 270—290°C, în concentrație de 0,05—0,45 kg motorină/kg aer, iar vitezele de curgere au corespuns la numere Reynolds de 2 000—10 000.

2. Instalația experimentală pe care s-a realizat cercetarea este prezentată în fig. 1 și este asemănătoare cu cea folosită în [5], avînd drept element principal secțiunea de măsură 7 confecționată din țeavă de oțel inoxidabil V2A cu diametrul interior 30 mm și grosimea peretelui 1 mm. Pe două generatoare opuse s-au montat la exteriorul țevii în 16 secțiuni transversale, termocupluri cupru—constantan, ale căror indicații s-au citit pe un galvanometru de mare precizie.

Secțiunea de măsură a fost încălzită în timpul determinărilor trecîndu-se un curent electric alternativ de intensitate mare prin peretele țevii care reprezenta rezistența electrică.

Circuitele de aer și de motorină, după cum se vede și în fig. 1, sînt separate pînă la pulverizatorul 4 după care urmează un traseu unic, formînd

amestecul bifazic. Principiul de funcționare al pulverizatorului se vede în fig. 2.

Întreaga secțiune de măsură *7* precum și secțiunile de stabilizare hidrodinamică *6* și cea adiabatică *8* s-au izolat termic cu un strat de praf celit cu grosime de 100 mm.

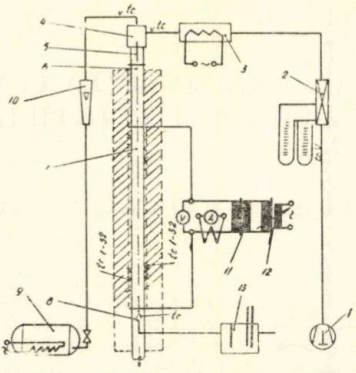


Fig. 1. — Schema instalației experimentale.

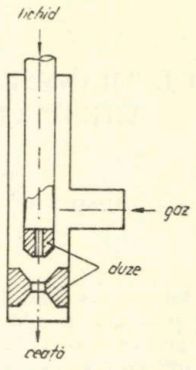


Fig. 2. — Schema dispozitivului de pulverizare.

Instalația experimentală mai are o serie de puncte de măsură pentru determinarea temperaturii aerului și motorinei la intrare, a temperaturii amestecului bifazic la ieșire și pentru măsurarea debitelor celor două faze.

3. Metodica experimentală. Pentru calibrarea instalației experimentale s-au făcut în primul rînd determinări cu un curent de aer curat în aceleași condiții de regim hidrodinamic și termic ca și pentru determinările ulterioare cu amestec bifazic.

După stabilirea unui regim termic constant (cca 3—4 ore), s-a circulat prin instalație aer curat înregistrîndu-se toate temperaturile, debitele, energia electrică consumată. Datele obținute au fost prelucrate cu ajutorul unui calculator electronic urmărindu-se obținerea valorilor locale ale coeficienților de transfer de căldură, respectiv ale numerelor Nusselt, în cele 16 secțiuni transversale.

S-a determinat, cu ajutorul lor, lungimea de stabilizare termică și s-a comparat cu datele existente în literatură. Prin integrare grafică au fost calculate valorile medii ale coeficienților de transfer de căldură, care s-au comparat cu valorile obținute folosind relațiile criteriale cunoscute. Metodica experimentală în cazul folosirii unui amestec bifazic este aceeași, urmărindu-se însă permanent concentrația suspensiei.

3.1. *Calcularea și interpretarea rezultatelor experimentale.* Coeficienții locali de transfer de căldură s-au calculat cu relațiile :

$$(1) \qquad \alpha_{Ax} = \frac{q}{T_{px} - T_{Ax}}, \quad \alpha_{AMx} = \frac{q}{T_{px} - T_{AMx}},$$

iar numerele Nusselt corespunzătoare, cu relațiile :

(2) $$\mathcal{N}u_{Ax} = \frac{\alpha_{Ax} D}{A}, \qquad \mathcal{N}u_{AMx} = \frac{\alpha_{AMx} D}{AM},$$

unde : α — coeficient parțial de transfer de căldură (W/m² grd) ; λ — conductivitate termică (W/m.grd) ; q — densitatea fluxului termic (J/m²) ; T — temperatura (grd) ; D — diametrul țevii (m) ; $\mathcal{N}u$ — criteriul Nusselt ; indicii au următoarele semnificații : p — perete, x — valoare locală, A — aer, AM — amestec, M — motorină.

Densitatea fluxului termic q s-a evaluat direct prin măsurarea tensiunii și intensității curentului electric de încălzire a țevii, ținînd seama de pierderile de căldură prin izolație. Temperatura de calcul a peretelui țevii T_{px}, reprezintă media valorilor măsurate cu termocuplele din aceeași secțiune transversală. Temperaturile locale ale curentului de aer, respectiv ale amestecului bifazic, au fost calculate pe baza bilanțului termic pentru porțiunea cuprinsă între secțiunea de intrare și cea de la distanța x :

(3) $$T_{Ax} = T_{A0} + \frac{\pi D q x}{m_A c_{pA}} \qquad \text{(pentru aer curat)},$$

(4) $$T_{AMx} = T_{AM0} + \frac{\pi D q x}{m_A c_{pA} + m_M c_{pM}} \qquad \text{(pentru amestec)},$$

unde : m_A — debitul masic al aerului (kg/s) ; m_M — debitul masic al motorinei (kg/s).

Proprietățile termodinamice ale aerului și ale amestecului bifazic corespund unei temperaturi medii calculate pe baza temperaturii de intrare și de ieșire din secțiunea de măsură.

Valoarea criteriului Reynolds, pentru toate determinările, s-a calculat pe baza debitului fazei gazoase.

În fig. 3 sînt prezentate datele experimentale, sub forma variației valorilor locale ale numărului Nusselt pe lungimea secțiunii de măsură, pentru transferul de căldură la curgerea aerului curat. Din examinarea graficului din fig. 3 rezultă pentru instalația dată o lungime de stabilizare termică de cca 15 diametre.

În fig. 4 este reprezentată grafic dependența dintre valorile medii experimentale ale numărului Nusselt și valorile numărului Reynolds corespunzătoare vitezelor cu care a circulat aerul prin secțiunea de măsură. Tot aici este prezentată și comparația rezultatelor experimentale cu valorile calculate pe baza relațiilor criteriale uzuale pentru domeniul laminar, pentru zona de tranziție nefiind încă elaborate asemenea relații de calcul.

Rezultatele experimentale proprii s-au corelat cu relația simplificată de calcul :

(5) $$\mathcal{N}u_A = 0{,}384\, \mathcal{R}e^{0{,}339},$$

cu valabilitate limitată la instalația experimentală dată și la domeniul laminar de curgere.

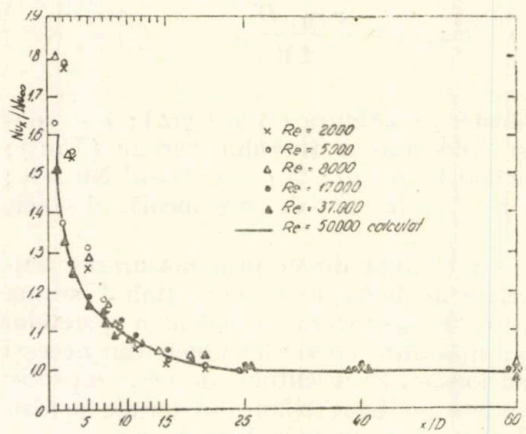


Fig.3. — Variația valorilor locale ale coeficienților de transfer de căldură pentru aer curat.

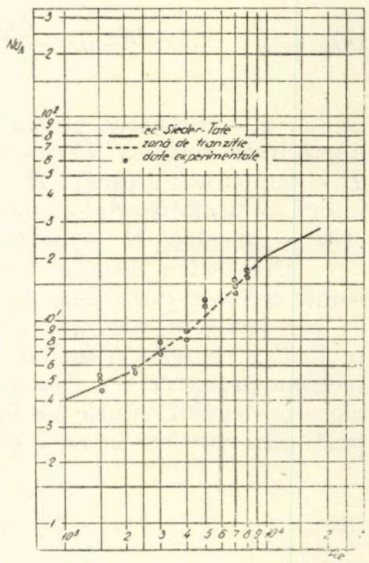


Fig. 4. — Variația valorilor medii ale numărului Nusselt funcție de regimul de curgere al aerului curat.

4. Rezultate și discuții. Cercetările efectuate cu amestec bifazic motorină-aer au condus la rezultatele prezentate în fig. 5. Datele experimentale sînt redate sub forma relațiilor $\mathcal{N}u_{AM}/\mathcal{N}u_A = f(x/D)$, parametrul liber fiind concentrația $\psi = m_M/m_A$.

Examinarea graficelor prezentate în fig. 5 pune în evidență faptul că folosirea amestecului bifazic (motorină-aer) duce la intensificarea trecerii căldurii între peretele țevii și fluidul de lucru. Comparînd valorile asimptotice ale numerelor Nusselt $(\mathcal{N}u_{AM})_\infty$ pentru diferite concentrații ale amestecului bifazic se poate vedea că efectul de intensificare a transferului de căldură este mai pronunțat la viteze mari ale amestecului. De exemplu, la $\mathcal{R}e = 2\,300$ și o concentrație $\psi = 0{,}45$ numărul Nusselt asimptotic are o valoare de 4 ori mai mare decît în cazul aerului, iar $\mathcal{R}e = 5\,100$ și aceeași concentrație, acest număr are valoare de aproape 5 ori mai mare decît pentru aer.

Compararea rezultatelor obținute în [5] pentru un amestec aer—apă cu cele obținute în lucrarea de față (fig. 6) pune în evidență faptul că efectul intensificării schimbului de căldură în cazul amestecului aer—motorină este de cca 2 ori mai redus decît în cazul folosirii amestecului aer—apă.

Acest fapt ar putea fi explicat astfel :

a) Pelicula de motorină formată pe pereții tubului nu mai este continuă ca în cazul apei, datorită slabei aderențe a acestui lichid pe pereți. Din această cauză înlocuirea stratului limită gazos nu este completă și rezistența termică rămîne considerabil mai mare decît în cazul folosirii apei.

b) Evaporarea motorinei în condițiile de lucru este mai mică decît a apei. Deși temperatura peretelui în experiențele cu motorină atingea valori ce depășeau uneori 90°C (în secțiunea de ieșire) în timp ce la apă

valorile similare maxime erau de obicei sub 80°C, totuși motorina, cu interval de fierbere 270 —290°C, s-a evaporat în aceste condiții mult mai puțin decît apa.

Din fig. 6 rezultă și faptul că influența creșterii concentrației lichidului în amestec este mai mică în cazul folosirii motorinei decît în cazul apei. Aceasta se explică tot datorită evaporării mai reduse a motorinei față de apă în condițiile termice amintite.

c) Căldura specifică a motorinei, mai mică decît a apei, contribuie la obținerea acestor rezultate, capacitatea calorică a amestecului aer-motorină fiind mai redusă decît a amestecului aer—apă.

În ansamblu, compararea rezultatelor obținute în prezenta lucrare cu cele din [5] pune în evidență rolul deosebit de important, în aprecierea mecanismului de transfer de căldură, jucat de formarea peliculei la perete și de evaporarea lichidului.

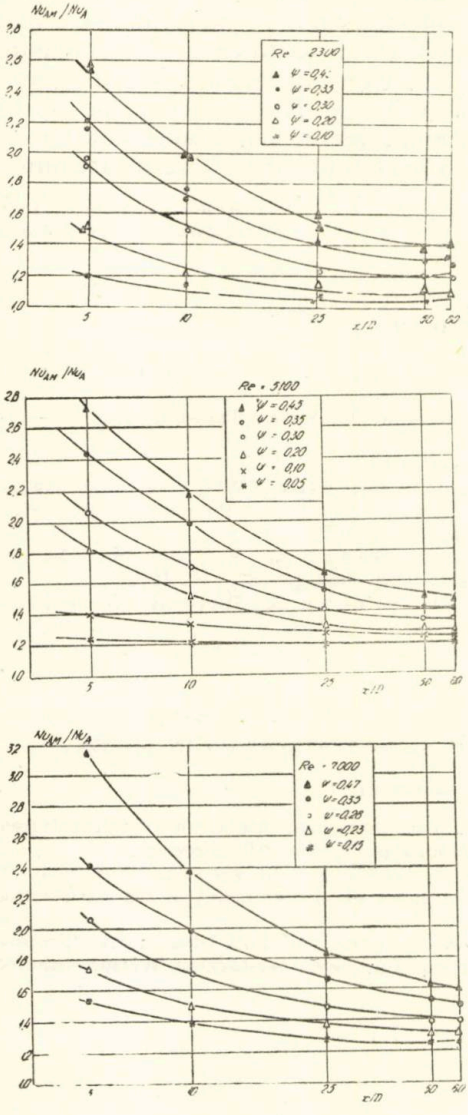


Fig. 5. — Influența concentrației amestecului bifazic asupra transferului de căldură funcție de distanța axială : a) $\mathcal{R}_e = 2\,300$; b) $\mathcal{R}_e = 5\,100$; c) $\mathcal{R}_e = 7\,000$.

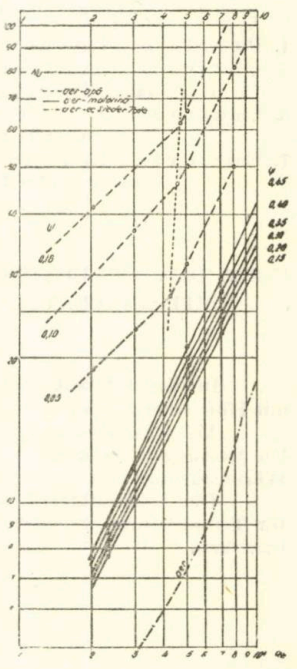


Fig. 6. — Compararea efectului de intensificare a transferului de căldură la sistemele aer-apă și aer-motorină.

5. Concluzii. În lucrarea de față se studiază influența transferului de căldură local la amestecuri bifazice aer—motorină.

Este pusă în evidență intensificarea transferului de căldură la folosirea acestui amestec în comparație cu aerul curat de cca 2 ori.

Datorită filmului discontinuu de lichid pe suprafața de schimb de căldură, a evaporării mai reduse a motorinei în comparație cu apa la temperatura de lucru folosită, precum și datorită căldurii specifice mai mici, transferul de căldură, în cazul folosirii amestecului aer—motorină, este mai mic decît la folosirea amestecului aer—apă. Din această cauză se recomandă folosirea în practică a amestecului aer—apă cu agent termic, care la temperaturi sub 100°C prezintă avantaje incontestabile. Peste 100°C și îndeosebi între 150—250°C cînd evaporarea motorinei devine mai pronunțată, folosirea ca purtător de căldură a amestecului aer—motorină, dă rezultate bune.

Primită la 25 aprilie 1977

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de termotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. Hodgson J. W., Saterbak R. T., Sunderland J. E., J. Heat Transfer, **90**, *4*, 457—463 (1968).
2. Goldstein M. E., Wen-Jei Yang, Clark J. A., J. Heat Transfer, **89**, *2*, 185—194 (1967).
3. Орпик С. Л., Теплоэнергетика, *7*, 59—62 (1967).
4. Peretz D., Lozonschi Gh., Bul. Inst. polit. Iași, **XVIII (XXII)**, *1—4*, s. VII (1972).
5. Curievici I., Peretz D., Ursescu M., Segal A., Popârdă V., First Heat Transfer Conference, Jassy, 337—352, 1973.
6. Curievici I., Peretz D., Ursescu M., Segal A., Șerban S., „Fiabilitatea în construcția de mașini", Inst. polit. Iași, pp. 37—40, 1975.
7. Curievici I., Peretz D., Ursescu M., Șerban S., Brevet R.S.R. nr. *59346* din 12 apilie 1973.

ÜBER DEN ÖRTLICHEN WÄRMEÜBERGANG EINER ZWEIPHASEN STRÖMUNG MIT SCHWERVERDAMPFBAREN FLÜSSIGKEITSTROPFEN IN GASEN

(Zusammenfassung)

In dieser Arbeit sind die Forschungsergebnisse über einen intensiven Wärmeaustausch mit Hilfe einer Suspension von Flüssigkeitstropfen im Gas (Sprühnebel) dargelegt.

Als schwerverdampfbare Flüssigkeit zur Nebelbildung wird Dieselkraftstoff benützt. Die Messungen der örtlichen Werte des Wärmeübergangskoeffizienten beweisen den verbesserten Wärmeaustausch im Vergleich zum reinen Gas.

Die Schlussfolgerungen zeigen, dass diese Mischung von Luft-Dieselkraftstofftropfen für Temperaturen zwischen 150—250°C geeignet sind und einen verstärkten Wärmeaustausch bewirken.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.224

UN MODEL ELECTRIC PENTRU CÎMPUL HIDRODINAMIC LA TURBOMAȘINILE DIAGONALE

DE

PAUL MATEI

1. Introducere. Este cunoscut faptul că optimizarea spectrului meridian constituie un mijloc eficace de ridicare a performanțelor hidrodinamice a turbomașinilor.

Pe lîngă metodele teoretice [1], [2] aplicate în calculele de dimensionare și pentru obținerea spectrului meridian, metoda analogiei electrohidrodinamice constituie un mijloc eficace și rapid în soluționarea acestor probleme. În lucrare se expun unele rezultate ale aplicării procedeului de electromodelare prin metoda surselor [3], [4], [5], în soluționarea problemelor care privesc determinarea cîmpului meridian la turbomașinile diagonale. Față de procedeul clasic, atît linia butucului rotorului cît și linia carcasei rezultă ca linii de cîmp, odată cu întregul spectru meridian.

2. Problema hidrodinamică. Cîmpul meridian la turbomașinile diagonale se poate obține pe baza teoriei carenelor deschise, prin suprapunerea curentului hidrodinamic „general" de translație în sensul axei Oz, cu o sursă punctiformă negativă de debit Q_p situată în origine și o sursă liniformă pozitivă de debit Q_l, situată în semiaxa Oz negativă [2] (fig. 1).

Potențialul vitezelor și funcția de curent sînt :

$$\varphi = v_\infty z - \frac{Q_l}{4\pi |l|} \ln \frac{R + R_l + |l|}{R + R_l - |l|} + \frac{|Q_p|}{4\pi R}, \tag{1}$$

$$\psi = \frac{v_\infty}{2} r^2 + \frac{Q_l}{4\pi} \left(\frac{R - R_l}{|l|} - 1 \right) + \frac{|Q_p|}{4\pi} (1 + \cos \theta). \tag{2}$$

Componentele vitezei meridiane în direcția axială și radială, se obțin prin derivarea funcției de curent și au valorile :

$$v_z = v_\infty + \frac{Ql}{4\pi |l|} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_l} \right) - \frac{|Q_p|}{4\pi R^2} \cos \theta, \tag{3}$$

$$v_r = -\frac{Q_l}{4\pi r |l|} (\cos \theta - \cos \theta_l) - \frac{|Q_p|}{4\pi r R} \sin^2 \theta. \tag{4}$$

Ecuația liniei de curent care generează tubul de curent de debit Q_c,

$$2Q_c = 2\pi v_\infty r^2 + Q_l\left(\frac{R - R_l}{|l|} - 1\right) + |Q_p|(1 + \cos\theta) \tag{5}$$

se poate scrie adimensional sub forma

$$\delta = \beta\rho^2 + \frac{\mu - \mu'}{\lambda} - 1 + \delta_1(1 + \cos\theta), \tag{6}$$

în care parametrii adimensionali sînt definiți prin

$$\beta = \frac{2\pi r_M^2 v_\infty}{Q_l}, \quad \lambda = \frac{|l|}{r_M}, \quad \delta_1 = \frac{|Q_p|}{Q_l}, \quad \delta = 2\frac{Q_c}{Q_l}, \tag{7}$$

iar coordonatele adimensionale prin relațiile

$$\zeta = \frac{z}{r_M}, \quad \rho = \frac{r}{r_M}, \quad \mu = \frac{R}{r_M}, \quad \mu' = \frac{R'}{r_M}. \tag{8}$$

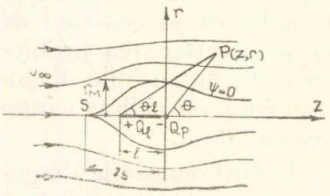


Fig. 1

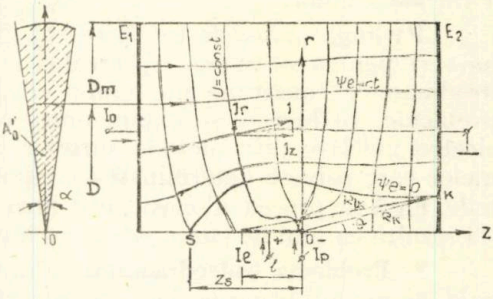


Fig. 2

3. Modelul electric. Potrivit metodei de electromodelare expuse în [3], [4], modelul electric alcătuit dintr-un mediu electroconductor continuu, comportă în axa de simetrie electrodul liniform pozitiv situat în semiaxa Oz negativă și electrodul punctiform negativ situat în originea axelor de coordonate. Curentul hidrodinamic general este modelat cu ajutorul electrozilor E_1 și E_2 (fig. 2).

Cîmpul rezultant din model, care se obține prin superpoziție, va fi caracterizat prin potențialul electrocinetic staționar U și funcția de curent ψ_e date de relațiile :

$$U = -\frac{j_{z_0}}{\sigma} z - \frac{|I_p|}{4\pi\sigma R} + \frac{I_l}{4\pi\sigma|l|} \ln\frac{R + R_l + |l|}{R + R_l - |l|}, \tag{9}$$

$$\psi_e = j_{z_0}\frac{r^2}{2} + \frac{|I_p|}{4\pi}\cos\theta - \frac{I_l}{4\pi|l|}(R_l - R) + K_{\psi_e}, \tag{10}$$

în care potențialul electrocinetic staționar pentru „curentul general", sursa punctiformă și sursa liniformă și funcțiile de curent respective sînt date în [4], ținînd seama de semnele corespunzătoare polarității surselor.

Constanta de integrare se determină din condițiile la limite : pentru punctul de stagnare $S(-z_s, 0)$, $r = 0$, $\theta = \pi$, $R = |z_s|$, $R_l = |z_s| - |l|$ iar $K_{\psi_e} = \frac{|I_p|}{4\pi} - \frac{Il}{4\pi}$.

Funcția ψ_e complet determinată va fi deci

$$\psi_e = j_{z_0}\frac{r^2}{2} + \frac{|I_p|}{4\pi}(1 + \cos\theta) + \frac{I_l}{4\pi}\left(\frac{R - R_l}{|l|} - 1\right). \tag{11}$$

În exteriorul liniei carenei pe modelul electric (SK — fig. 2) ecuația liniei de curent din planul meridian, considerată frontieră exterioară a tubului de curent străbătut de curentul I_c, este

$$\psi_e = \text{const} = \frac{I_c}{2\pi},$$

care se poate scrie dezvoltat,

$$2I_c = 2\pi j_{z_0} r^2 + |I_p|(1 + \cos\theta) + I_l\left(\frac{R - R_l}{l} - 1\right). \tag{12}$$

Dacă în această ecuație se înlocuiește I_c prin I_t, care la scara de electromodelare reprezintă debitul total al mașinii diagonale, se obține ecuația liniei de curent extreme exterioare, respectiv a liniei carcasei.

Densitatea de curent în direcția z

$$j_z = j_{z_0} - \frac{|I_p|}{4\pi R^2}\cos\theta + \frac{I_l}{4\pi r|l|}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_l}\right) \tag{13}$$

este nulă în punctul de stagnare. Cu condițiile $r = 0$, $\theta = \theta_l = \pi$, $\cos\theta = \cos\theta_l = -1$, $R = |z_s|$, $R_l = |z_s| - |l|$, se obține relația de verificare a cotei punctului de stagnare z_s pe modelul electric :

$$j_{z_0} = -\frac{I_p}{4\pi z_s^2} + \frac{I_l}{4\pi|l|}\left(\frac{1}{|z_s| - |l|} - \frac{1}{|z_s|}\right). \tag{14}$$

Pe de altă parte relația (13) raportată la I_l,

$$2\frac{I_c}{I_l} = \frac{2\pi j_{z_0} r^2}{I_l} + \frac{|I_p|}{I_l}(1 + \cos\theta) + \left(\frac{\frac{R}{r_M} - \frac{R_l}{r_M}}{\frac{|l|}{r_M}} - 1\right)$$

se scrie adimensional sub forma

$$\delta^* = \beta^*\rho^{*2} + \delta_1^*(1 + \cos\theta) + \frac{\mu^* - \mu_l^*}{\lambda^*} - 1, \tag{15}$$

care este identică cu cea din hidrodinamică (6), parametrii și coordonatele adimensionale pe modelul electric fiind definite prin

$$(16)\qquad \beta^* = \frac{2\pi (r_M^*)^2 j_{z_0}}{I_l}, \quad \lambda^* = \frac{l^*}{r_M^*}, \quad \delta_1^* = \frac{I_p}{|I_l|}, \quad \delta_1^* = 2\frac{I_c}{|I_l|},$$

$$(17)\qquad \xi^* = \frac{z^*}{r_M^*}, \quad \rho = \frac{r^*}{r_M^*}, \quad \mu^* = \frac{R^*}{r_M^*}, \quad \mu_l = \frac{R_l^*}{r_M^*}.$$

Identitatea formală a ecuațiilor (4) și (14) precum și a ecuațiilor (7) și (16) arată o analogie electrică directă între cîmpul hidrodinamic și cîmpul din modelul electric caracteristic acestei mișcări axial simetrice.

Corespondența completă dintre mărimile hidrodinamice și cele electrice este dată de scara de electromodelare [3]

$$(18)\qquad S = \frac{S_l^2 S_j}{K_\varphi \rho},$$

în care S_l — reprezintă scara lungimilor ; S_j — scara densității de curent ; K_φ — factor de dimensiuni ; ρ — rezistivitatea mediului electroconductor.

Schema electrică de principiu de alimentare—măsurare' este similară cu cea utilizată la electromodelarea mașinilor axiale [4] ; polaritatea singularităților se asigură prin opoziția de fază a t.e.m. aplicate pe electrozi.

În cazul tratării unei probleme concrete în care diametrul butucului rotorului D_k, al carcasei D, respectiv debitul turbomașinii sînt mărimi impuse, ecuația liniei de curent (2), cu condiția $K \ni \psi = 0$, se va scrie

$$(19)\qquad 0 = \frac{v_\infty}{2} r_k^2 + \frac{Q_l}{4\pi}\left(\frac{R_k - R_{lk}}{|l|} - 1\right) + \frac{|Q_p|}{4\pi}(1 + \cos\theta_k).$$

Pe de altă parte, în punctul S, componenta vitezei în sensul Oz este nulă și deci din (3) rezultă :

$$(20)\qquad 0 = v_\infty + Q_l \frac{1}{4\pi_k |l|}\left(\frac{1}{|z_s|} - \frac{1}{|z_s| - |l|}\right) + \frac{Q_p}{4\pi z_s^2}.$$

În condițiile în care z_c și l se aleg, iar r_k se impune, ecuațiile (20) și (21) permit determinarea debitelor singularităților Q și Q_p, care conduc apoi la curenții de alimentare ai modelului :

$$(21)\qquad I_p = \frac{S_l^2 S_j}{k_\varphi \rho} Q_p \frac{\alpha^0}{360}, \quad I_l = \frac{S_l^2 S_j}{k_\varphi \rho} Q_l \frac{\alpha^0}{360},$$

$$I_0 = A_0 j_{z_0} = A_0 \frac{S_l^2 S_j}{k_\varphi \rho} \frac{Q}{\pi (r_k^*)^2} \frac{\alpha^\circ}{360},$$

în care : A_0 — suprafața de contact a electrodului de margine ; $r_k^* = S_l r_k$ — raza butucului rotorului pe modelul electric ; α — unghiul de înclinare al cuvei cu electrolit ; Q — debitul turbomașinii.

În fig. 3 este prezentat un spectru determinat experimental pentru următoarele date :

$$Q = 3{,}13 \text{ m}^3/\text{s}, \quad v = 5 \text{ m/s}, \quad r_k = 0{,}188 \text{ m}, \quad l = 0{,}1 \text{ m},$$
$$z_s = 0{,}246 \text{ m}, \quad R_k = 0{,}413 \text{ m}, \quad R_{l_k} = 0{,}510 \text{ m}, \quad \theta_k = 27°,$$

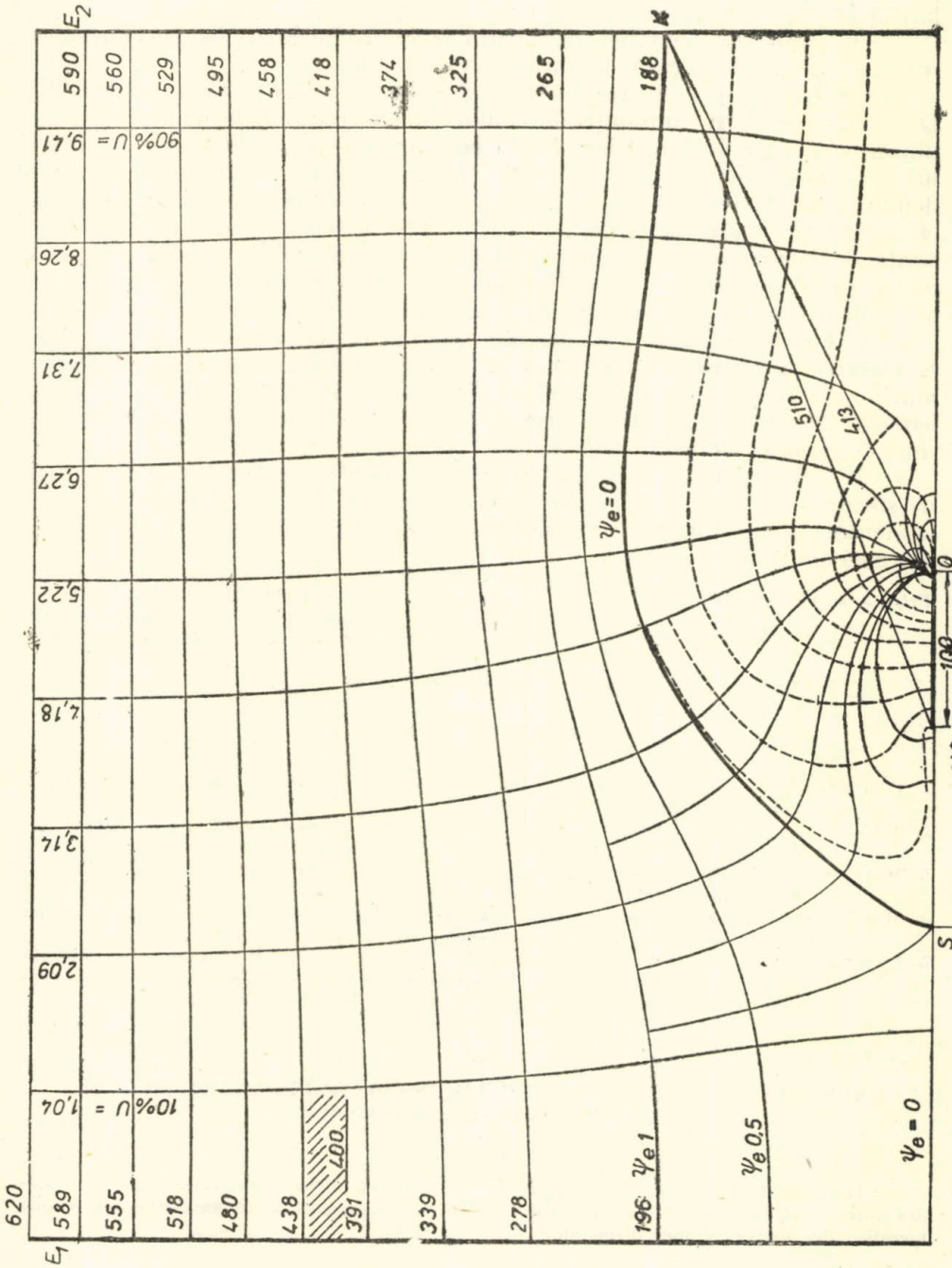

E2
590
560
529
495
458
418
374
325
265
188
U = 90%
9,47
8,26
7,31
6,27
5,22
4,18
3,14
2,09
1,04
U = 10%
620
589
555
518
480
438
400
391
339
278
196
E1
ψe=0
ψe 1
ψe 0,5
ψe = 0
510
413
0
100
246
S
K

Fig. 3

pentru care ecuațiile (20) și (21) dau următoarele valori ale debitelor singularităților : $Q_p = 0{,}614$ m³/s și $Q_l = 1{,}89$ m³/s.

Din aplicarea ecuației de continuitate la intrarea în turbomașină rezultă diametrul carcasei la intrare $D = 0{,}8$ m.

Cu $S_l = 2$, din (22) rezultă $I_p = 2{,}52\ S_j$, $I_l = 7{,}8\ S_j$ și $j_{z_0} = 0{,}102\ S_j$. Dacă A_0' reprezintă suprafața de contact a electrodului de margine corespunzătoare diametrului D iar A_0 cea corespunzătoare diametrului modelului D_m, există relația $A_0' = A_0 D^2/D_m^2$. În cazul de față caracteristicile modelului fiind $D = 1\,240$ mm, $\alpha = 2°$, $A_0 = 80$ cm², $\sigma = 1{,}85 \cdot 10^{-4}/\Omega$ cm, rezultă $A_0' = 33{,}33$ cm² și respectiv $I_0' = A_0' j_{z_0} = 3{,}33\ S_j$, $I_0 = A_0 j_{z_0} = 8\ S_j$. O densitate de curent moderată în model fiind recomandabilă pentru evitarea convecțiilor termice, se alege în final $S_j = 10^{-3}$, parametrii de alimentare ai modelului fiind $I_0 = 8$ mA, $I_p = 2{,}52$ mA, $I = 7{,}8$ mA.

4. Concluzii. Metoda își găsește aplicații în problemele care se referă la trasarea spectrului hidrodinamic în planul meridian, oferind posibilitatea ameliorării formelor hidrodinamice, deoarece linia butucului rotorului și carcasei, rezultă din electromodelare, ca linii de cîmp optime pentru sistemul determinat de singularități.

Metoda poate fi aplicată, în general, pentru obținerea unei familii de spectre — cu avantajul utilizării aceluiași model, la regimuri diferite de alimentare — sau într-un caz concret, cînd se cunoaște debitul și diametrul carcasei la intrare.

Primită la 20 octombrie 1977

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de mecanica fluidelor
și mașini hidropneumatice

BIBLIOGRAFIE

1. Carafoli E., Oroveanu T., *Mecanica fluidelor.* Ed. Acad., Buc., vol. I — 1952, vol. II — 1955.
2. Taşcă D., *Mișcări potențiale axial simetrice în jurul carenelor deschise și aplicațiile lor la studiul turbomașinilor.* Teză de doctorat, București, 1968.
3. Matei P., *Analogia electrică a cîmpului hidrodinamic la turbomașini.* Teză de doctorat, Institutul politehnic Iași, 1973.
4. Matei P., *Electromodelarea cîmpului hidrodinamic în planul meridian al turbomașinilor axiale.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXII (XXVI)**, *3—4*, s. IV (1976).
5. Ciobanu C., Matei P., Ciocan L., Rădulescu M., Rusu I., *Asupra posibilităților de îmbunătățire a caracteristicilor unui ventilator axial.* „Fiabilitatea în construcția de mașini", Mecanoenergetică, Inst. polit. Iași, 1975.

UN MODÈLE ÉLECTRIQUE POUR LE CHAMP HYDRODYNAMIQUE DES TURBOMACHINES DIAGONALES

(Résumé)

On présente les résultats de l'application du procédé d'électromodelage par la méthode des sources [3], [4], [5] à la résolution des problèmes concernant la détermination du champ méridien des turbomachines diagonales.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

У.Д.К. 631.434.033

УСТРОЙСТВА ПРИНУДИТЕЛЬНОГО ХОЛОСТОГО ХОДА КАРБЮРАТОРНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

ВИРДЖИЛ ДЖИУРКЭ, ВИКТОР ЗУБКУ, КОНДРАТ-АДРИАН ХОМУТЕСКУ и ГЕОРГЕ-РОМАНО ТЕРЗЕА

1. Введение. Снижение расхода топлива и сокращение вредных выбросов составляют острые требования для строителей автомобильных двигателей, так что исследования иных неиспользованых способов для удовлетворения этих требований вполне оправдывают себя. При этом, важный ресурс состоит из улучшения работы карбюраторных двигателей на режиме принудительного холостого хода (торможением двигателем) [3], [4].

Актуальные решения для органичения отрицательных эффектов работы карбюраторных двигателей на режиме торможения двигателем (безполезно увеличённый расход топлива, ухудшкние сгорания, рост эмиссии вредных выбросов) преследуют, в принципе, исключение роста расхода топлива при этом режиме [2].

В данной работе представлена концеция на основание которой произведены новые устройства и полученые результаты испытания этих устройств преднадзначенных для прерывания питания топливом карбюраторных двигателей во время торможения двигателем (устройства принудительного холостого хода).

Ориентация для выбора подходящего решения основана на наблюдениях касающиеся пневматического устройства выключения течения топлива через трубку холостого хода карбюратора [1]. В следствие, пришли к выводу, что эффективное и простое устройство включённое к карбюратору должно остановить при помощи клапана течение к отверстиям холостого хода, и что подходящее место клапана находится на трассе связи с поплавковой камерой. Работа клапана можно осуществить пневматическим или электромагнитным приводом, управление которого включается под действием большого разрежения, возникающего в полости карбюратора за дроссельной заслонкой, при работе двигателя с увеличёным числом оборотов режима принудительного холостого хода.

2. Пневматическое устройство принудительного холостого хода. Рис. 1 представляет принципиальную схему устройства принудительного холостого хода, осуществленного в соответствии с выше указаным, для автомобильных двигателей, испытаным на карбюраторе SOLEX 32 DITA (на автотуризме DACIA 1100).

При принудительном холостом ходе клапан *1*, находящийся на трубке холостого хода *2*, включается под действием большого разрежения в полости за дроссельной заслонкой. Это разрежение передаётся на мембрану *3* из пневматической капсюлы *4* через соединительную трубку *5*. Следовательно, прекращается течение воздушно–топливной эмульсии к отверстиям холостого хода. При других режимах двигателя, в том числе, при режиме медленного холостого хода разрежение в полости за дроссельной заслонки становится меньше чем при торможении двигателем и клапан *1* открывается под действием пружины *7*. Начало действия устройства принудительного холостого хода регулируется притягиванием пружины *7*.

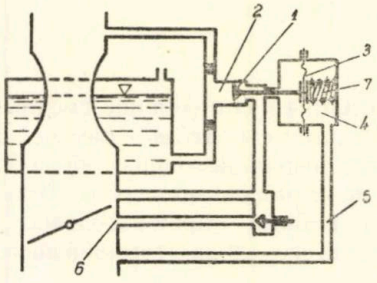


Рис. 1

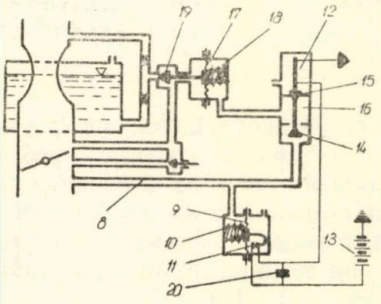


Рис. 2

3. Электромагнитное устройство принудительного холостого хода. Устройство принудительного холостого хода (рис. 2) предназначено карбюратором W 207 (на автомобилях M 461 и ARO) и W 211 и W211-A (на грузовиках CARPAŢI и BUCEGI).

При торможении двигателем большое разрежение в полости за дроссельной заслонкой передаётся через трубку *8* на мембрану *9*, сжимает пружину *10* и закрывает прерыватель *11*, вследствие чего включается питание электромагнита *12* от акумулятора *13*. Электромагнит *12* приводит в движение группу клапанов *14* и *15* распредепителя *16*. Клапан *14* закрывается. Клапан *15* открывается и наружное давление передаётся на мембрану *17* из пневматической капсюлы *18*. Мембрана *17* нажимает клапан *19* на клапаное седло установленное на трубке холостого хода. При медленном холостом ходе и при других режимах двигателя разрежение в полости за дроссельной заслонкой меньше разрежения во время принудительного холостого хода и прерыватель *11* открывается. Конденсатор *20* защищает рабочие контакты прерывателя. После открытия прерывателя *11* электромагнит *12* срабатывает, позволяя перемещение группы клапанов из распределителя *16* под действием разрежения в полости за дроссельной заслонкой. Клапан *14* открывается, а клапан *15* закрывается Разрежение в полости за дроссельной заслонкой передаётся на мембрану *17* и клапан *19* открывается пропуская течение воздушно- бензиновой эмульсии. Интенсивность торможения двигателем при которой устройство работает можно регулировать соответсвующим притягиванием пружины *10*.

4. Результаты опытов. После проверки эффективности и быстроты работы на лабораторном стенде, устройства принудительного хлостого хода были установлены на автомобилях и испытаны в условиях транспорта.

Пневматическое устройство принудительного холостого хода монтированное на автомобиль DACIA 1100, проверили на трассе длиной в 4 км. Большая часть трассы шла под уклоном позволяя интенсивное использование торможения двигателем. Сравнительные измерения расхода топлива показали его уменшение примерно на 50%. При принудительном холостом ходе расход топлива практически равен нулю, а эффективность торможения двигателем увеличивается, уменшая необходимость пользования ножного тормоза. Работу устройства принудительного холостого хода проверили на том же автомобиле на пробеге 1500 км. Средний расход бензина составлял 6,75 литров на 100 км при средней скорости 90 км в час вне населённых пунктов. В тех же обстоятельствах без разработанной установкой, тот же автомобиль расходовал 7 литров на 100 км.

Электромагнитное устройство принудительного холостого хода проверили на автобузе городского транспорта. Испытания на разнообразной трассе длиной в 18 км, на которой обычно проверяется расход топлива автобузов, указали, что средний расход при пробеге трассы 7 раз составлял 7,8 литров на 18 км с проверяемым электромагнитным устройством и 8,2 литров на 18 км без него, что есть уменьшение расхода на 4,9 %.

5. Выводы. Выше представленное устройства принудительного холостого хода, схемы которых отличаются силой обеспеченной для закрытия клапана установленого на трубке холостого хода карбюратора являются относительно простые и легко приспосабливаются на существующие карбюраторы.

Исследование представленных устройств подтвердило возможность перерыва питания двигателя топливом при торможение двигателем как одно из возможных путей уменьшения расхода топлива и ограничения вредных выбросов двигателя внутреннего сгорания. Отличается, что экономия топлива зависит от степени пользования торможением двигателем.

Представленные устройства принудительного холостого хода приводят и к другим премуществам увеличение эффективности торможения двигателем и ожидается уменьшение расхода масла и закокcования камеры сгорания и выхлопных патрубков двигателя.

Поступила в 27. IX. 1977 г.

Ясский политехнический институт,
Кафедра механоэнергетики

ЛИТЕРАТУРА

1. Aramă C., Dudaş T., Grünwald B., Manole A., *Instalaţii pentru alimentarea cu combustibil a motoarelor cu ardere internă.* Ed. tehn., Buc., 1966, pp. 135—137.
2. Aramă C., Şerbănescu A., *Economia de combustibil la automobile.* Ed. tehn., Buc., 1974, pp. 33—35.

3. Livezeanu G. V., Abăităncei D., *Carburatoare*. Ed. tehn., Buc., 1973, pp. 117, 124—129.
4. Vasilescu C. A., *Combaterea produşilor poluanţi emişi de motoarele autovehiculelor*. Ed. Acad. R.S.R., p. 43.

ECONOMIZOARE DE MERS ÎN GOL FORŢAT

(Rezumat)

Se prezintă două dispozitive pentru întreruperea alimentării cu combustibil a motoarelor cu carburator la funcţionarea în regim de mers în gol forţat. Dispozitivele au fost experimentate pe un autoturism şi un autobuz de construcţie românească.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND DETERMINAREA CAPACITĂȚII DE AMORTIZARE A SUBANSAMBLULUI ARBORE PRINCIPAL DE LA MAȘINILE-UNELTE

DE

D. ZETU și GH. LUNGU

Capacitatea de așchiere a unei mașini-unelte, precum și precizia dimensională, de formă și calitatea suprafeței prelucrate sînt determinate nu numai de comportarea statică, ci și de comportarea la solicitări dinamice a subansamblului arbore principal. În aprecierea comportării dinamice a unui subansamblu a unei mașini-unelte, o pondere deosebită o capătă amplitudinea vibrațiilor la rezonanță, mărime ce depinde de capacitatea de amortizare a subansamblului.

În cazul subansamblului arbore principal, capacitatea de amortizare a întregului subansamblu este determinată în primul rînd de capacitatea de amortizare a lagărelor, capacitatea de amortizare a materialului arborelui fiind foarte mică. Amortizarea în lagăr se compune din amortizarea vîscoasă, proporțională cu viteza de oscilație, și amortizarea coulombiană, determinată de forțele de frecare uscată din lagăr. Măsurătorile efectuate pe mașini-unelte arată clar că amortizarea coulombiană este neglijabilă față de amortizarea vîscoasă, care determină, de fapt, capacitatea de amortizare a subansamblului arbore principal [2] ... [5], [7].

În lucrare, sînt date metodologia de determinare experimentală și unele rezultate experimentale privind capacitatea de amortizare a subansamblului arbore principal de la strungurile normale. Încercările experimentale au fost efectuate pe un stand realizat în cadrul Laboratorului de mașini-unelte și scule de la Institutul politehnic din Iași, stand pe care s-a modelat construcția subansamblului arbore principal de la strungul SN 400. Schema și descrierea standului sînt date în lucrarea [8], iar aparatura pentru efectuarea încercărilor dinamice este prezentată în lucrarea [9].

Experimental, mărimea amortizării unui subansamblu a unei mașini-unelte se poate determina prin două metode : folosind curba de amortizare a vibrațiilor (fig. 1 *a*) și, în al doilea rînd, folosind curba de rezonanță (fig. 1 *b*). În primul caz, mărimea amortizării se determină cu relația [5] :

$$D_a = \frac{1}{2\pi(n-1)} \ln \frac{A_1}{A_n}, \tag{1}$$

în care A_1 și A_n sînt prima și, respectiv, a n-a amplitudine din curba de amortizare.

Conform metodei a doua [3], [5], mărimea amortizării se determină cu relația :

$$D_a = \frac{f_B - f_A}{\sqrt{2} f_0}, \tag{2}$$

în care intră valorile frecvențelor arătate în fig. 1*b*.

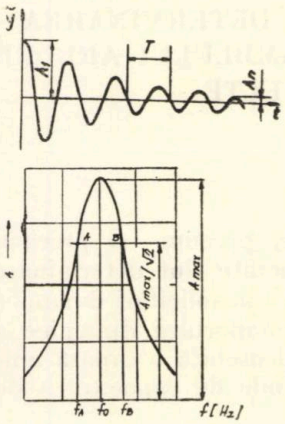


Fig. 1

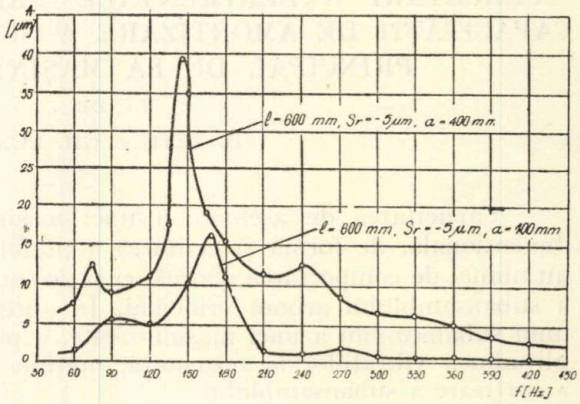


Fig. 2

Avînd în vedere faptul că este foarte greu de înregistrat curba de amortizare a unui subansamblu, în lucrare s-a folosit a doua metodă de determinare a amortizării subansamblului arbore principal. În acest scop, s-a excitat arborele principal cu o forță variabilă sinusoidal ce s-a păstrat constantă în amplitudine ($F_{din} = 5$ kgf), modificînd frecvența semnalului între limitele 60 și 450 Hz și măsurînd amplitudinea corespunzătoare a vibrației arborelui. Măsurătorile au fost efectuate la șase valori ale distanței dintre lagărele subansamblului : $l_1 = 395$ mm, $l_2 = 445$ mm, $l_3 = 480$ mm, $l_4 = 515$ mm, $l_5 = 550$ mm și $l_6 = 600$ mm, la șase valori ale jocului radial din lagărul principal : $S_{r1} = +12{,}5$ μm, $S_{r2} = +5$ μm, $S_{r3} = 0$ μm, $S_{r4} = -5$ μm, $S_{r5} = -10$ μm și $S_{r6} = -15$ μm și, pentru fiecare valoare a distanței dintre lagăre sau a jocului radial din lagăr, la patru valori ale lungimii în consolă a arborelui : $a_1 = 100$ mm, $a_2 = 200$ mm, $a_3 = 300$ mm și $a_4 = 400$ mm. Cu valorile măsurate ale amplitudinii vibrațiilor s-au trasat curbele de rezonanță, ca cele prezentate în fig. 2, și s-a folosit relația (2) pentru determinarea mărimii amortizării. Cu valorile determinate ale mărimii amortizării s-au trasat graficele din fig. 3, 4 și 5.

În fig. 3 sînt date graficele de influență a distanței dintre lagărele subansamblului asupra amortizării. Din analiza graficelor rezultă că variația mărimii amortizării în funcție de acest parametru se produce liniar, indiferent de mărimea jocului din lagăr sau de lungimea consolei arborelui. Odată cu scăderea distanței dintre lagăre, capacitatea de amortizare a subansamblului crește, ceea ce înseamnă o creștere a ponderii lagărului în comportarea dinamică a întregului subansamblu. Rezultă, deci, că, pentru a

obține o comportare dinamică cît mai favorabilă a subansamblului arbore principal, este necesar să micșorăm distanța dintre lagăre, dar acest lucru se va face numai în corelație și cu comportarea subansamblului la solicitări statice [8].

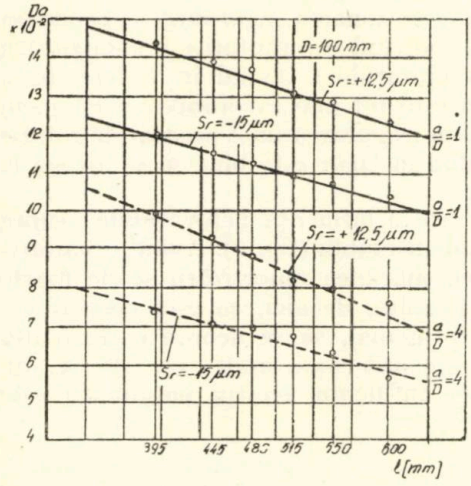


Fig. 3

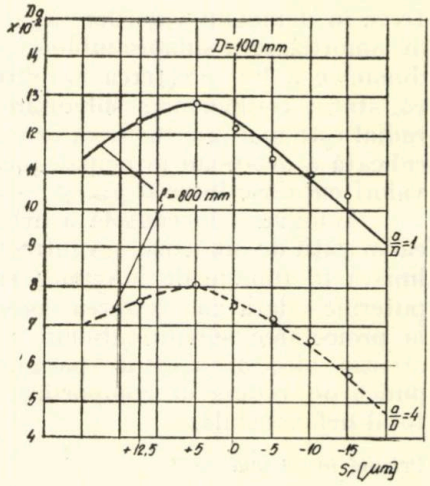


Fig. 4

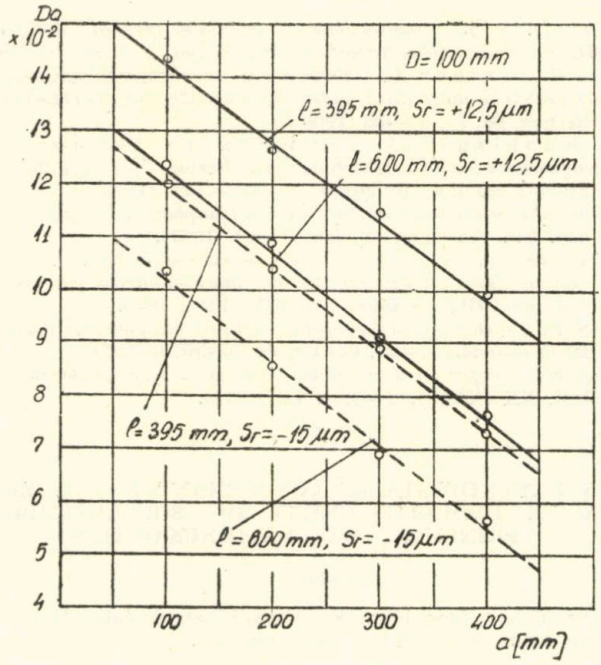


Fig. 5

O influență deosebită asupra capacității de amortizare a subansamblului arbore principal o manifestă jocul radial din lagărul principal (fig. 4). Graficele din această figură ne arată că, în jurul valorii $S_r = +5\mu m$ a jocului radial, capacitatea de amortizare a subansamblului atinge un maxim. În afara acestei valori, fie că jocul radial crește spre valori pozitive, fie că se trece în domeniul valorilor negative (pretensionarea lagărului), capacitatea de amortizare a subansamblului scade, indicînd o înrăutățire a comportării dinamice a lui (creșterea amplitudinii vibrațiilor). Avînd în vedere, însă, că, static, comportarea subansamblului este tot mai favorabilă cu cît jocul radial este mai mic [8] și că este necesară asigurarea unei precizii de rotație ridicată a arborelui principal, jocul radial în lagăr este bine să se aleagă la valori cuprinse între 0 μm și $-5\mu m$.

Lungimea în consolă a arborelui are o influență nefavorabilă asupra capacității de amortizare a întregului subansamblu (fig. 5). Avînd o variație liniară în funcție de lungimea consolei, mărimea amortizării scade foarte puternic odată cu creșterea consolei. Rezultă, de aici, că este necesar ca, la proiectarea subansamblului arbore principal, să se acorde o deosebită atenție alegerii acestui parametru, cu atît mai mult cu cît și din punct de vedere al comportării statice influența acestui parametru este total nefavorabilă.

Primită la 30 mai 1977

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Balbo G., Pollinis S., *Progettazione di macchine utensili: Calcolo delle caratteristiche statiche e dinamiche.* Tecnol. mecc., Milano, 2, *9*, 89—98 (1971).
2. Bollinger J. G., Geiger G., *Berechnung des Schwingungsverhaltens von Arbeitspindeln mittels Analogrechner unter Berücksichtigung von Dämpfung und Störkraft.* Ind. Anzeiger, 85, *72*, 33—38 (1963).
3. Herling E., Knoblauch J., *Einrichtungen und Verfahren für Messungen an Werkzeugmaschinen.* Der Maschinenbau, Berlin, *2*, *4*, *6* (1967).
4. Jakkel O., Finommecanika, Budapest, *9*, 122—127 (1969).
5. Kunkel H., *Das dynamische Verhalten des System Hauptspindel-Lagerungen einer Werkzeugmaschinen.* Ind. Anzeiger, 89, *20*, 91—94 (1967).
6. Mirski F., *Dinamica della macchina utensile.* Macchine, Milano, 27, *7*, 369—381 (1972).
7. Vanherk P., *L'amortissement des broches de machines-outils par amortisseur visqueux.* Annals of the CIRP, London, 13, 177—181 (1966).
8. Zetu D., *Cercetări teoretice și experimentale asupra comportării subansamblului arbore principal la solicitări statice.* Constr. de mașini, *6* (1974).
9. Zetu D., *Elaborarea și experimentarea unui excitator de vibrații electromagnetic.* Bul. Inst. polit. Iași, XX (XXIV), *1—2*, s. IV (1974).

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES CONCERNANT LA DÉTERMINATION DE LA CAPACITÉ D'AMORTISSEMENT DU SOUSENSEMBLE ARBRE PRINCIPAL DES MACHINES-OUTILS

(Résumé)

On présente une méthode pour déterminer par voie expérimentale la capacité d'amortis e-ment du sousensemble arbre principal des tours normals.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9

CONSIDERAȚII ASUPRA EVALUĂRII UZURII DISCURILOR CU DIAMANT UTILIZATE LA RECTIFICAREA ELECTROCHIMICĂ ABRAZIVĂ

DE

N. GHERGHEL și BORIS PLĂHTEANU

Importanța rectificării (ascuțirii) electrochimice-abrazive rezidă, printre altele, și din micșorarea consumului de discuri abrazive, respectiv a costului discurilor cu diamant utilizate cu preponderență în cadrul acestui proces de prelucrare [4].

Datorită faptului că uzura discurilor cu diamant, mai ales în cadrul proceselor de rectificare (ascuțire) electrochimică-abrazivă, este deosebit de redusă, măsurarea ei întîmpină dificultăți.

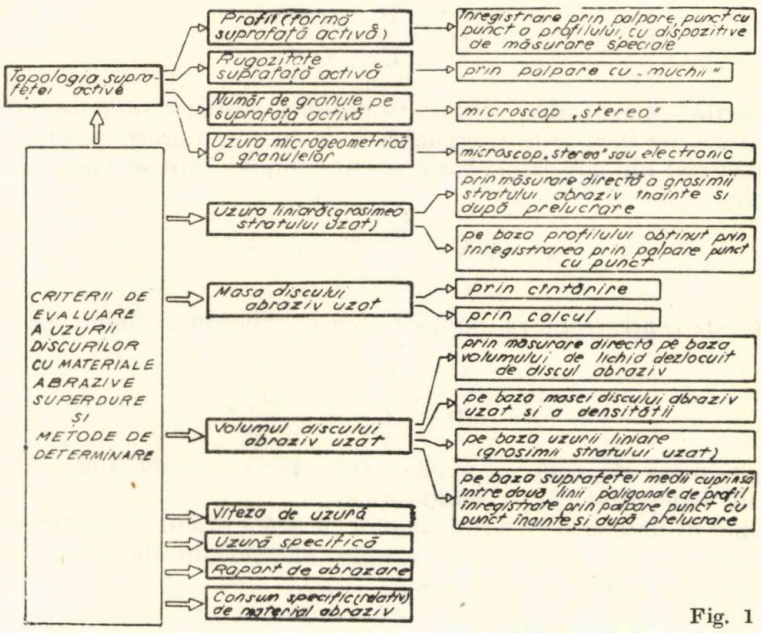


Fig. 1

Pe baza analizei literaturii de specialitate [1] ... [3], [5], [6] ... [10] în fig. 1 se prezintă un tablou sintetic al criteriilor de evaluare a uzurii discurilor cu materiale abrazive superdure (diamant, nitrură cubică de bor) precum și metodele de determinare.

Se înțelege că în funcție de scopul cercetărilor se pot alege unele sau altele din criteriile de evaluare a uzurii acestor discuri.

În studiul de optimizare a principalelor condiții de lucru la rectificarea (ascuțirea) electrochimică abrazivă, interesează, în mod deosebit, *volumul de disc abraziv uzat* V_u, cm³, pe baza căruia se determină *raportul de abrazare* (uzura relativă, raportul de uzură volumul specific de disc abraziv uzat, uzura specifică) G, cm³/cm³ [4].

Pe baza volumului de disc abraziv uzat V_u, cm³, se mai pot stabili și criteriile :

a) *uzura specifică* (productivitatea relativă) Q', cm³/cm³ ;

b) *consumul specific* (relativ) de material abraziv, q ct/cm³, mg/g ;

c) *viteza de uzură* a discului abraziv Q_u, cm³/h.

Se impune utilizarea criteriilor Q' și G deoarece volumul de disc abraziv uzat V_u nu oferă prea multe informații datorită faptului că depinde de mulți factori, ca de exemplu durata de utilizare a discului.

Uzura specifică Q' se definește ca raportul între volumul de disc abraziv uzat V_u, cm³, și volumul total de material îndepărtat V, cm³, adică :

$$Q' = \frac{V_u}{V}. \tag{1}$$

Raportul de abrazare G este dat de relația

$$G = \frac{V}{V_u} = \frac{1}{Q}. \tag{2}$$

Datorită concentrației diferite în material abraziv superdur (diamant, nitrură cubică de bor), este necesar să se ia în considerare și *consumul specific de material* abraziv superdur q, ct/cm³, mg/g, care se poate determina cu relațiile :

$$q = Q'K = \frac{V_u}{V} K \quad [\text{ct/cm}^3], \tag{3}$$

în care K este *concentrația în material abraziv* superdur, ct/cm³. Sau

$$q = \frac{M_d}{M} = \frac{G_d}{G} \quad [\text{mg/g}], \tag{4}$$

unde M_d — masa de *material abraziv superdur consumat*, mg ; M — masa de *material îndepărtat* de pe semifabricat.

Se mai utilizează și criteriul *viteză de uzură* a discului abraziv Q_u, cm³/h, deoarece acesta oferă informații asupra necesarului de discuri abrazive pe o anumită perioadă de utilizare :

$$Q_u = \frac{V_u}{t}, \tag{5}$$

cu t — timpul de lucru, h, corespunzător volumului V_u, cm³, de disc abraziv uzat.

Dintre metodele de determinare a volumului de disc abraziv uzat evidențiate în tabloul din fig. 1, cea mai precisă este cea care constă în determinarea acestui volum pe baza suprafeței medii cuprinsă între două linii poligonale de profil înregistrate prin palparea discului abraziv înainte și după rectificare (reducerea secțiunii transversale a stratului abraziv uzurii), prin aplicarea teoremei lui Guldin [2], [6].

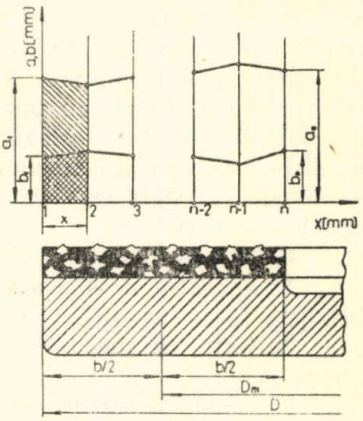


Fig. 2

Această suprafață, denumită suprafață „de uzură" poate fi determinată prin planimetrare sau prin calcul obișnuit.

Avînd în vedere că această suprafață reprezintă o sumă de suprafețe trapezoidale (fig. 2) ea se poate calcula cu relația :

$$F_u = \frac{1}{x}\left[\frac{a_1+a_2}{2} + \frac{a_2+a_3}{2} + \cdots + \frac{a_{n-2}+a_{n-1}}{2} + \frac{a_{n-1}+a_n}{2}\right] - \frac{1}{x}\left[\frac{b_1+b_2}{2} + \frac{b_2+b_3}{2} + \cdots + \frac{b_{n-2}+b_{n-1}}{2} + \frac{b_{n-1}+b_n}{2}\right], \tag{6}$$

sau :

$$F_u = \frac{1}{x}\left[\frac{a_1}{2} + \sum_{m=2}^{m=n-1} a_m + \frac{a_n}{2} - \frac{b_1}{2} - \sum_{m=2}^{m=n-1} b_m - \frac{b_n}{2}\right], \tag{7}$$

în care x — pasul de măsurare a înălțimii profilului discului abraziv, mm ; $a_1 - a_n$ — înălțimile profilului discului abraziv înainte de prelucrare, mm ; $b_1 - b_n$ — înălțimile profilului discului abraziv după prelucrare, mm.

Se înțelege că n, numărul punctelor de măsurare, depinde de lățimea stratului abraziv.

Avînd în vedere că această suprafață se determină pe cel puțin patru direcții pe circumferința discului abraziv, valoarea medie a acestor suprafețe este dată de

$$F = \frac{1}{4}\sum_{n=1}^{n=4} F_u. \tag{8}$$

Conform teoremei lui Guldin, volumul de disc abraziv uzat este egal cu produsul suprafeței de uzură cu lungimea drumului parcurs de centrul de greutate al suprafeței :

$$V_u = F\pi D_m. \tag{9}$$

În cazul unor uzuri mici, D_m se poate aproxima cu diametrul exterior al discului abraziv, la rectificarea cu periferia acestuia, iar în cazul discurilor-oală, cu diametrul exterior minus lățimea discului.

Avînd în vedere precizia mărită a acestei metode în comparație cu alte metode cunoscute, considerăm că ea este cea mai potrivită pentru cercetarea proceselor de rectificare (ascuțire) electrochimică-abrazivă, procese la care, așa cum s-a mai arătat, uzura discurilor abrazive (de regulă cu diamant) este extrem de redusă.

Pentru determinarea liniilor poligonale de profil, prin înregistrarea prin palparea (punct cu punct) a discului abraziv, diferiți cercetători [1], [2], [3], [7], [8] au folosit sisteme improvizate. L i n d e b e c k [6] propune un dispozitiv special conceput în acest scop și se înțelege că numai un astfel de dispozitiv poate conduce la asigurarea cît mai deplină a cerințelor procesului de măsurare.

Aceste cerințe sînt :

1° aparatul de măsură utilizat să fie de precizie cît mai ridicată [8], [2], [5], [9], [3] ;

2° vîrful de măsurare să aibă un profil corespunzător acestor măsurători [2] ;

3° măsurarea uzurii să se facă pe cel puțin patru direcții de măsurare [7], [2], [6], [5] ;

4° distanța dintre punctele de măsurare, pe direcția de măsurare, să fie cît mai mică (cel puțin 0,25 mm) [7], [6] ;

5° să se repete determinările de cel puțin patru ori [3], [5], [8] ;

6° menținerea poziției de măsurare la măsurări consecutive [2] ;

7° stabilizarea temperaturii înainte de măsurare, prin menținerea discurilor abrazive cel puțin 9 —11 ore la temperatura de 20 $\pm$ 0,5°C înainte de măsurare [8], [3] ;

8° menținerea constantă a temperaturii mediului ambiant în timpul măsurării, pentru a elimina erorile cauzate de variația temperaturii [8] ;

9° discurile abrazive supuse încercării și apoi măsurătorilor de uzură trebuie să fie aduse la profilul de lucru corespunzător uzurii normale, iar după obținerea profilului dorit, înainte de măsurare, să fie eliminată suprafața aspră a acestora [2] ;

10° alegerea corectă a timpului de încercare, pentru determinările de uzură sau a volumului minim de material îndepărtat ; avînd în vedere rezistența foarte mare la uzură a discurilor cu materiale abrazive superdure (diamant, nitrură cubică de bor), precum și împrăștierea valorilor obținute, este necesar să se îndepărteze cel puțin 4 cm^3 de material la rectificarea cu suprafața frontală a discurilor-oală și cel puțin 12 cm^3 la rectificarea cu periferia discurilor cilindrice [2], [6], [1], [5], [3].

Plecînd de la cerințele procesului de măsurare a uzurii discurilor cu materiale abrazive superdure (diamant, nitrură cubică de bor), în cadrul Catedrei de mașini-unelte și scule a Institutului politehnic din Iași a fost conceput și realizat un dispozitiv special pentru determinarea volumului de disc abraziv uzat pe baza înregistrării punct cu punct a profilului suprafeței active a discului abraziv.

Avînd în vedere că în cadrul proceselor uzuale de ascuțire electrochimică-abrazivă (ca principală aplicație a rectificării electrochimice-abrazive) se utilizează discuri sub formă de oală, dispozitivul a fost conceput pentru efectuarea măsurătorilor pe acest tip de discuri.

Construcția dispozitivului este prezentată în fig. 3 și fig. 4.

Orientarea discului abraziv *6* se face după suprafața plană inelară a mesei rotative *8* și după suprafața conică a dornului *12* ce servește și ca element de strîngere. Forța de strîngere se aplică prin șurubul *13*. Această soluție asigură o precizie ridicată a orientării discului abraziv, condiție esențială pentru asigurarea preciziei măsurătorilor. Pentru deplasarea mesei

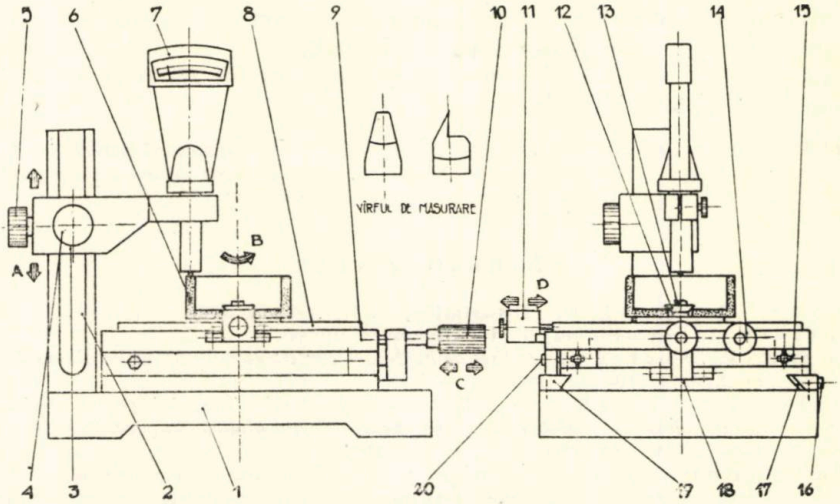


Fig. 3

inferioare *18* față de placa de bază *1* în vederea aducerii discului abraziv în poziția de măsurare, la trecerea de la un diametru la altul de disc abraziv, au fost prevăzute ghidajele rectilinii cu șinile de ghidare aplicate *19*, fără element intermediar (în coadă de rîndunică), a căror uzură poate fi compensată prin intermediul penei de reglare *17* și a șuruburilor *16*.

Pentru realizarea deplasărilor mesei superioare *9* pentru trecerea de la un punct de măsurare la altul, s-au prevăzut ghidajele rectilinii *15* cu elemente intermediare de rostogolire și cu strîngere prealabilă parțială în direcție orizontală, strîngerea în direcție verticală realizîndu-se datorită greutății proprii a organului mobil. Strîngerea prealabilă și compensarea uzurii se realizează cu șuruburile *20*.

Rotirea mesei *8* pentru trecerea de la o direcție de măsurare la alta, se realizează cu un mecanism de tipul șurub melc—roată melcată, acționat de mînerul *14*.

Pentru ca măsurarea să se poată face pe direcții bine determinate, s-a prevăzut mecanismul de indexare *9*, de tipul cu fixator tronconic.

Suportul aparatului de măsură este format din coloana prismatică *2* pe care se poate deplasa brațul *3* prin intermediul unui mecanism roată dințată—cremalieră acționat de șurubul *4*, fixarea într-o anumită poziție realizîndu-se cu ajutorul șurubului *5*.

Drept aparat de măsură se propune utilizarea unui microcator (valoarea diviziunii : 0,0005 sau 0,001 mm). În lipsa acestuia se poate utiliza un ortotest (valoarea diviziunii : 0,001 mm) sau un millimes (valoarea diviziunii : 0,002 mm).

Față de alte asemenea dispozitive cunoscute din literatura de specialitate, dispozitivul prezentat are o serie de avantaje și anume :

a) prezintă o rigiditate mărită ;

b) asigură deplasarea precisă a celor două mese : inferioară (de orientare) și superioară (de măsurare) ;

c) asigură o orientare și fixare corectă a discurilor abrazive ;

d) permite măsurarea uzurii pe partea frontală a întregii game de tipo-dimensiuni de discuri abrazive de tip oală ;

e) poate fi adaptat și pentru măsurarea uzurii pe partea periferică a discurilor abrazive cilindrice.

Primită la 18 iunie 1977

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Becker-Barbrock U., Dissertation, T. H. Aachen, 1966.
2. Büttner A., Dissertation, T. U. Hannover, 1968.
3. Hughes F., Notter A., *Intérêt de l'affutage électrolytique à la meule diamant.* Mach. mod., *724*, 19—32 (1969).
4. Caşler Gh., Gherghel N., *Elaborarea structurii sistemului pentru optimizarea principalelor condiții de lucru la rectificarea electrochimică abrazivă.* Bul. Inst. polit. Iași, XXIV (XXVIII), *1—2*, s. IV (1977).
5. Ящерицын П. И., Зайцев А. Г., *Повышение качества шлифованных поверхностеи и режущих своиств абразивного-альмазного инструмента.* Изд. „Наука и техника", Минск, 1972.
6. Lindenbeck D. A., Dissertation, T. U. Hannover, 1970.
7. Marten K. H., Wolfsburg K. H., *Grundlagen und Praxis des elektrochemischen. Schleifens von Hartmetall.* Werkstatt und Betrieb, *10*, 615—620 (1968).
8. Rafflenbeul G., Dissertation, T. H. Braunschweig, 1958.
9. Шеликовыи К. И., Буклер В. М., Боико В. В., *Заточка фрез кругами из элибора.* Машиностроитель, *12*, 21—22 (1971).
10. Oczos K., Krauss A., *Metody pomiaru zuzucia sciernik.* Mechanik, *10*, 536—539 (1972).

BETRACHTUNGEN ÜBER DIE BESTIMMUNG DES VERSCHLEISSES VON SCHLEIFSCHEIBEN MIT DIAMANTENKÖRNUNG BEIM ELEKTROCHEMISCHEN SCHLEIFEN

(Zusammenfassung)

In der vorliegenden Arbeit wird eine Analyse der Kriterien und Methoden zur Bestimmung des Verscleisses von Schleifscheiben mit extradurer Körnung (Diamant, „Borazon") durchgeführt und ein Messgerät für die quantitative Erfassung der abgeschleiffenen Körnermenge vorgestellt. Die Bestimmung erfolgt auf Grund einer Fläche welche sich zwischen zwei polygonalen Profillinien befindet, die vor und nach dem Schleifprozess durch Abtasten der aktiven Oberfläche aufgenommen wurden.

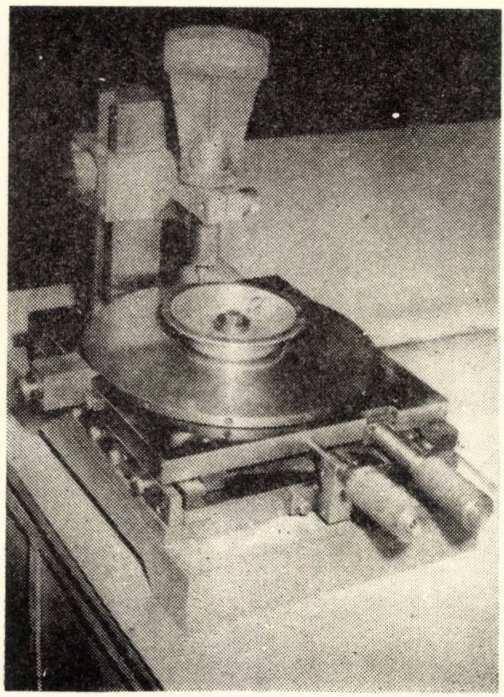


Fig. 4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9—4

INFLUENȚA MEDIILOR DE UNGERE-RĂCIRE ASUPRA GHIDAJELOR DE ALUNECARE PLACATE CU MATERIALE PLASTICE ÎN PELICULE SUBȚIRI

DE

GH. LUNGU

Înlocuitorii metalelor, materialele plastice, au căpătat în ultimii ani o utilizare tot mai largă în construcția de mașini-unelte. Proprietățile fizico-mecanice bune ale materialelor plastice au făcut ca acestea să fie utilizate cu succes în construcția ghidajelor de alunecare la mașinile-unelte de dimensiuni mari [1].

Încercările experimentale au dovedit că materialele plastice din clasa poliamidelor prezintă coeficienți de frecare cu valoare scăzută, rezistență mecanică bună, ceea ce le face apte pentru construcția cuplelor de alunecare de tipul sanie-ghidaj [1] . . . [3].

Pînă în prezent sînt cunoscute mai multe metode de fixare a materialelor plastice pe suportul metalic : fixarea unor plăci groase cu ajutorul șuruburilor ; fixarea cu adezivi ; combinația celor două procedee enunțate sau depunerea unor filme subțiri de material plastic pe metal [4].

Realizarea de ghidaje placate cu peliculă subțire de material plastic constitue un procedeu de dată recentă și sînt încă necesare studii pentru aprecierea comportării lor în raport cu ghidajele placate cu straturi groase de material plastic [5].

Este bine cunoscut faptul că mare parte dintre materialele plastice sînt influențate în comportarea lor de unii agenți externi cum sînt uleiurile de ungere și apa [1].

Înaintea încercărilor de uzură și frecare, este necesar să se efectueze încercări privind comportarea probelor de ghidaje placate, în peliculă subțire, în timp, sub influența agenților externi specifici secțiilor de prelucrări mecanice. În acest scop s-au efectuat probe de dimensiuni relativ mici, sub formă de discuri, de grosimi de 4 mm și diametru de 40 mm pe care s-au depus prin placare, din material pulverulent, pelicule de 1,5 mm. Probele au fost confecționate din oțel OL 38, fontă FC-25 și fontă FC-30X,

Placarea probelor s-a efectuat atît prin procedeul în strat fluidizat cît și prin procedeul de pulverizare cu flacără. S-au confecționat un număr de 200 de probe, care au fost supuse unor încercări care să permită aprecierea influenței celor doi factori externi asupra stratului placat.

Straturile depuse au avut structuri diferite, fiind formate fie din poliamidă fără adaosuri, fie din poliamidă în adaos cu bisulfură de molibden, MoS_2, în diferite procente.

Condițiile de determinare a absorbției de uleiuri și apă au fost cele prescrise de STAS 5690—57, cu privire la determinarea absorbției de apă a materialelor plastice [3].

Discurile placate au fost menținute în etuvă la o temperatură de 50°C, timp de 24 ore, în scopul eliminării oricăror urme de umiditate. După aceasta a urmat cîntărirea la balanța analitică a fiecărei probe (în prealabil

marcată) și apoi introducerea pe grupe de combinații în vase care conțineau ulei și apă. S-au efectuat măsurători după un număr de 24 ore, 120 ore, 240 ore și apoi la trei luni și la șase luni.

Rezultatele încercărilor sînt prezentate în fig. 1 și fig. 2.

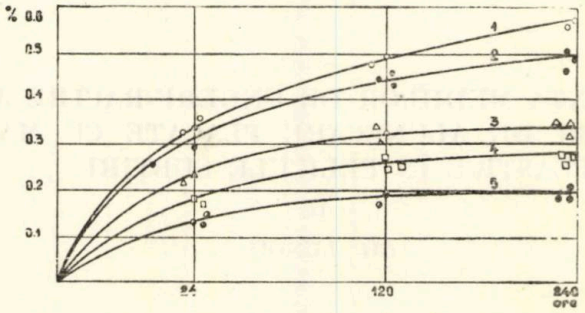


Fig. 1

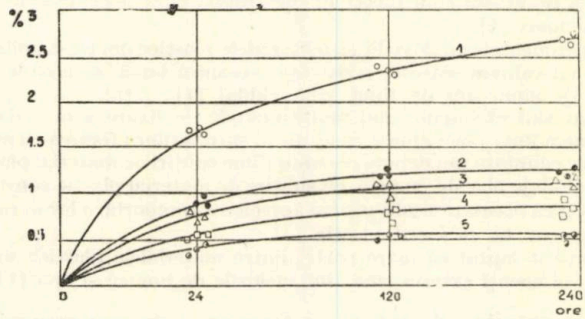


Fig. 2

În fig. 1 se prezintă absorbția de ulei a probelor de ghidaje placate, în procente. Curbele din figură reprezintă rezultatele pentru următoarele categorii de ghidaje: *1*—poliamidă fără adaos; *2*—poliamidă+1% MoS_2; *3*—poliamidă+3% MoS_2; *4*—poliamidă+6% MoS_2; *5*—poliamidă+9% MoS_2.

Menținerea un timp îndelungat în ulei a acelorași probe a scos în evidență că acestea nu-și mai modifică greutatea, peste un anumit timp de menținere, circa 10 zile, ajungîndu-se la o stabilitate de saturație și de echilibru. Probele au fost totuși menținute un timp mare în baie de ulei pentru a se constata influența acestuia asupra calităților stratului de placare și a suprafeței. S-a putut constata că probele menținute timp de 3 și 6 luni în ulei nu și-au modificat forma sau aspectul, nu au apărut defecte ale stratului depus și nici nu s-a observat vreo tendință de exfoliere a acestuia.

Din grafic se poate observa că probele care au fost obținute în condițiile optimizării procesului de placare, cu adaos de 6% MoS_2, au o comportare bună în raport cu absorbția de ulei, aceasta nedepășind 3%.

Din fig. 1 se poate constata că pe măsură ce crește cantitatea de adaos de MoS_2, se micșorează și procentul de ulei absorbit, fapt deosebit de important în realizarea ghidajelor placate cu pelicule subțiri de materiale plastice în amestec cu lubrifiantul solid MoS_2.

Utilizînd aceleași tipuri de materiale și cu aceleași procedee, s-a efectuat și determinarea cantității de apă absorbită de ghidajele placate. Rezultatele încercărilor privind variația absorbției de apă a ghidajelor placate în procente sînt prezentate în fig. 2. Curbele din fig. 2 reprezintă variația absorbției de apă pentru : *1*—poliamidă fără adaos ; *2*—poliamidă+1% MoS_2 ; *3*—poliamidă+3% MoS_2 ; *4*—poliamidă+6% MoS_2 ; *5*—poliamidă+ + 9% MoS_2.

Din grafic se constată că ordinea de creștere a procentului de apă absorbită este aceeași ca la absorbția de ulei, în sensul că la creșterea procentului de MoS_2 se observă o scădere a cantității de apă absorbită, iar în ceea ce privește valorile procentuale ale absorbției de apă, acestea sînt sub cele ale uleiului. Pentru probele cu 6% MoS_2, absorbția de apă este sub 1%, cu stabilizare tot în jur de 10 zile.

Diferențele de absorbție care se obțin la ghidajele placate cu peliculă subțire, în raport cu placarea cu plăci groase, indică încă odată că procedeul de placare în pelicule subțiri dă rezultate mai bune și sub acest raport, comparativ cu placarea în straturi groase [5], [6].

Cele de mai sus se explică prin aceea că la placarea după procedeele noi, în pat fluidizat și prin pulverizare cu flacără, se obțin structuri moleculare diferite față de cele ale unor materiale depuse în straturi groase [7].

O altă deficiență a ghidajelor placate cu plăci groase de materiale plastice este legată de modul de fixare a lor pe suportul metalic. Cele două procedee cunoscute, de prindere cu șuruburi sau lipire cu adezivi, nu satisfac pe deplin cerințele funcționale întrucît după un număr de ore în exploatare permit pătrunderea unor impurități între metal și materialul plastic. Aceste impurități conduc la variații ale profilului ghidajelor în secțiune longitudinală, deci la erori de prelucrare pe mașina-unealtă [8].

Ghidajele de alunecare placate cu pelicule subțiri de materiale plastice, sub 1 mm, au o comportare bună sub raportul stabilității dimensionale față de factorii externi și prezintă o aderență sporită la stratul metalic suport [4].

Pe lîngă aceasta, alunecarea pe ghidajele placate cu pelicule subțiri se desfășoară uniform, cu amortizarea vibrațiilor, datorită caracteristicilor materialelor plastice, ceea ce le recomandă spre a fi utilizate în construcția mașinilor-unelte moderne.

Primită la 18 octombrie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Rădăcină N., *Contribuții asupra îmbunătățirii condițiilor de frecare și uzare la ghidajele placate ale mașinilor-unelte grele.* Teză de doctorat, Institutul politehnic București, 1974.
2. Schaaf S., *Metallbeschichtungen mit Poliamid.* Kunststoff Berater, 18, 7, 633—635 (1969).

3. Rădăcină N., *Cercetări privind utilizarea poliamidelor românești pentru placarea ghidajelor de mașini-unelte.* Mașini-unelte și prelucrarea metalelor prin așchiere, *11, 3—25* (1971).
4. Lungu Gh., *Contribuții la studiul proceselor de frecare și uzură pe ghidajele de alunecare placate cu pelicule subțiri de materiale plastice.* Teză de doctorat, Institutul politehnic Iași, 1975.
5. Бартенев Г. М., *Трение и износ полимеров.* Изд. „Химия", Л., 1972.
6. Lungu Gh., *Contribuții la studiul procesului de placare cu materiale plastice a ghidajelor de alunecare.* „Fiabilitatea în construcția de mașini", Iași, 1975, pp. 92—96.
7. Lungu Gh., *Comportarea în procesul de alunecare a ghidajelor placate cu materiale plastice.* Materiale plastice, *3*, 166—168 (1975).
8. Решетов Д. Н., *Детали и механизмы металорежущих станков.* „Машиностроение", Москва, 1972, стр. 89—130.

EFFECTS DU MÉDIUM DE LUBRIFICATION—REFROIDISSEMENT SUR LES GLISSIÈRES PLAQUÉES AVEC MATIÈRES PLASTIQUES EN PELLICULES MINCES

(Résumé)

On présente quelques résultats expérimentales concernant le comportement des glissières plaquées avec matières plastiques en pellicule mince sous l'action des agents extérieurs : l'eau et les huiles.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.01

CERCETĂRI TEORETICE PRIVIND CREȘTEREA PRECIZIEI DE PRELUCRARE PE MAȘINI-UNELTE

DE

LIVIA BRUJA și D. ZETU

Se consideră mașina-unealtă ca un sistem complex de prelucrare, avînd în componența lui instalații pentru realizarea procesului de prelucrare cît și instalații pentru comanda acestor procese în funcție de diferiți factori.

Ținînd seama de faptul că însușirile de bază ale mașinilor unelte se raportează la capacitatea lor de a realiza precizia impusă a pieselor prelucrate, s-au urmărit căile de realizare a acestei precizii și de creștere a ei, remarcîndu-se ca cea mai sigură, introducerea pe mașina-unealtă a sistemelor de comandă adaptivă.

În acest fel, mașina-unealtă prevăzută cu sistemul de comandă adaptivă devine un sistem de reglare automată, cu proprietăți dinamice determinate și care realizează funcția de reglaj pozițional într-un interval de timp determinat.

Folosind principiile teoriei reglării automate și aparatul ei matematic, se poate caracteriza și studia mașina-unealtă prevăzută cu sistem de control adaptiv, determinînd astfel căile pentru creșterea preciziei de prelucrare.

Pe această bază, sistemul mașină-unealtă—dispozitiv—sculă—piesă poate fi reprezentat ca în schema structurală din fig. 1.

Schema reprezintă o îmbinare de verigi funcționale, corespunzătoare proprietăților dinamice ale sistemului, avînd funcțiile de transfer: $K_1(p), K_2(p),...,K_i(p),..., K_n(p)$.

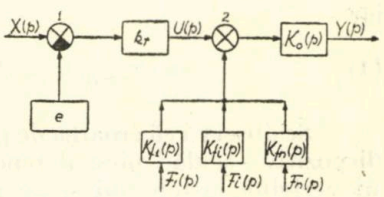


Fig. 1

În fig. 1 s-au făcut notațiile : *1* — element de comparare ; *2* — element de sumare ; k_r — regulator ; $K_0(p)$ — funcția de transfer a sistemului mașină-unealtă—dispozitiv—sculă—piesă; e—element de execuție (acționează asupra organelor de lucru ale mașinii, dă regimul de lucru necesar și deplasează subansamblele mașinii-unelte într-o poziție reciprocă care să asigure caracteristicile de precizie ale pieselor prelucrate).

Funcția de transfer a sistemului este

$$K_0(p) = K_i(p), \tag{1}$$

cu p — operatorul d/dt.

Asupra sistemului mașină-unealtă—dispozitiv—sculă—piesă acționează regulatorul, care dă valoarea necesară a mărimii de prelucrat $x(t)$ și perturbațiile $f_1(t), f_2(t), \ldots, f_n(t)$, determinînd modificarea parametrului de ieșire.

Prin factori perturbatori s-au înțeles factorii exteriori care deranjează precizia de prelucrare a sistemului, de exemplu : uzura și deformația sculei, deformațiile dinamice și de temperatură ale pieselor, deformațiile dinamice și de temperatură ale subansamblelor mașinii-unelte și dispozitivelor, variația regimurilor de așchiere ca urmare a diferitelor cauze etc.

Plecînd de la schema de mai sus, se poate scrie pentru imaginea mărimii de ieșire din sistem, următoarea expresie :

$$Y(p) = K_0(p)\, U(p) + K_0(p) \sum_{i=1}^{n} K_{fi}\, F_i(p),$$

unde : $U(p) = k_r X(p)$; $Y(p)$ — imaginea funcției $y(t)$; $X(p)$ — imaginea funcției $x(t)$.

Cu acestea eroarea absolută a sistemului este :

$$Y(p) = X(p) - K_0(p)\, k_r\, X(p) - K_0(p) \sum_{i=1}^{n} K_{fi}(p)\, F_i(p),$$

(2)

$$Y(p) = X(p)\,[1 - k_r K_0(p)] - K_0(p) \sum_{i=1}^{n} K_{fi}(p)\, F_i(p).$$

Dacă se consideră sistemul mașină-unealtă—dispozitiv—sculă—piesă în stare statică, adică după terminarea proceselor tranzitorii date de perturbații, se poate lua :

$$K_0(p) = k_0 \quad \text{și} \quad K_{fi}(p) = k_{fi} ;$$

atunci :

$$\Delta Y(p) = X(p)\,[1 - k_r k_0] - k_0 \sum_{i=1}^{n} k_{fi}\, \Delta F_i(p)$$

și

$$\Delta y(t) = x(t)\,[1 - k_r k_0] - k_0 \sum_{i=1}^{n} k_{fi}\, \Delta f_i(t), \tag{3}$$

iar :

$$|\Delta y(t)|_{\max} = x(t)\,[1 - k_r k_0] - k_0 \sum_{i=1}^{n} k_{fi}\, |\Delta f_i(t)|_{\max}. \tag{4}$$

Se observă că eroarea de prelucrare statică a sistemului mașină-unealtă—dispozitiv—sculă—piesă depinde de stabilitatea coeficienților de transformare ai verigilor sistemului și de mărimea perturbațiilor.

Urmărindu-se creșterea preciziei de prelucrare se pune problema menținerii la un nivel dat $f_0(t)$ a factorilor perturbatori $f_i(t)$, astfel ca eroarea parametrului de ieșire, produsă de oscilațiile perturbațiilor, să fie minimă.

Pentru aceasta se introduce în circuit un regulator automat și circuitul se prevede cu legătură inversă negativă, transformînd sistemul într-un sistem astatic de gradul I.

Se cunoaște că la sistemele astatice regulatoarele integrale dau o precizie mai mare în comparație cu cele proporționale [3].

Schema structurală din fig. 2 pune în evidență bucla pentru menținerea stabilității perturbațiilor. Cu *3* s-a notat elementul de comparare a mărimii de ieșire din această buclă cu valoarea dată a perturbațiilor, iar cu *4* — elementul de sumare prin care se ține seama de influența factorilor exteriori ce determină oscilația perturbațiilor.

De asemenea, s-a considerat că perturbația $f_i(t)$ are o influență hotărîtoare asupra preciziei de prelucrare în comparație cu celelalte. Din aceste motive schema arată că reglarea se face numai după această perturbație.

Astfel, pentru imaginea parametrului de ieșire din bucla pentru stabilizarea perturbațiilor, se poate scrie :

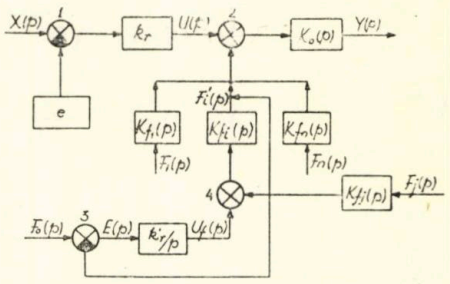


Fig. 2

$$F_i'(p) = K_{fi}(p)\, U(p) + K_{fi}(p)\, K_{fj}(p)\, F_j(p).$$

Ținînd seama de modul de scriere a funcției de transfer a buclei influențată de o acțiune perturbatoare $f_j(t)$ și de ecuația regulatorului integral [3], $[\mathrm{d}U_f(t)/\mathrm{d}t = k_r' f_0(t)]$ se obține :

$$F_i'(p) = \frac{k_r' K_{fi}(p)\, F_0(p)}{p + k_r' K_{fi}(p)} + \frac{K_{fi}(p)\, K_{fj}(p)\, p\, F_j(p)}{p + k_r' K_{fi}(p)}. \tag{5}$$

Cu acestea, nestabilitatea perturbațiilor (în imagine), va fi :

$$\Delta F_i'(p) = E(p) = F_0(p) - F_i'(p),$$

$$\Delta F_i'(p) = F_0(p) - \frac{k_r' K_{fi}(p)\, F_0(p)}{p + k_r' K_{fi}(p)} - \frac{K_{fi}(p)\, K_{fj}(p)\, p F_j(p)}{p + k_r' K_{fi}(p)},$$

$$\Delta F_i'(p) = \frac{p\, F_0(p)}{p + k_r' K_{fi}(p)} - \frac{K_{fi}(p)\, K_{fj}(p)\, p F_j(p)}{p + k_r' K_{fi}(p)},$$

$$\Delta F_i'(p) = \frac{1}{p + k_r' K_{fi}(p)} [p F_0(p) - K_{fi}(p)\, K_{fj}(p)\, p\, F_j(p)].$$

Pentru simplificare, se consideră sistemul în stare statică, deci :

$$K_{fi}(p) = k_{fi} \quad \text{și} \quad K_{fj}(p) = k_{fj},$$

$$\Delta F_i'(p) = \frac{1}{p + k_r' k_{fi}} [p\, F_0(p) - k_{fi} k_{fj}\, p\, F_j(p)]. \tag{6}$$

Trecînd la original :

$$\Delta f_i'(t) = \int_0^t \mathrm{e}^{-k_r' k_{fi}(t-\tau)} \left(\frac{\mathrm{d}f_0}{\mathrm{d}\tau} - k_{fi} k_{fj} \frac{\mathrm{d}f_j}{\mathrm{d}\tau} \right) \mathrm{d}\tau.$$

Dacă se notează cu B_1 și B_2 valorile maxime ale sensibilității perturbațiilor, adică :

$$\left(\frac{df_0}{d\tau}\right)_{max} \leqslant B_1 \quad \text{și} \quad \left(\frac{df_j}{d\tau}\right)_{max} \leqslant B_2,$$

se obține :

$$(\Delta f_i'(t))_{max} = \int_0^t e^{-k_r' k_{fi}(t-\tau)} (B_1 - k_{fi} k_{fj} B_2)\, d\tau,$$

(7)
$$(\Delta f_i'(t))_{max} = -\frac{1}{k_r' k_{fi}} e^{-k_r' k_{fi}(t-\tau)} (B_1 - k_{fi} k_{fj} B_2)\Big|_0^t,$$

$$(\Delta f_i'(t))_{max} = \frac{B_1 + k_{fi} k_{fj} B_2}{k_r' k_{fi}} (1 - e^{-k_r' k_{fi} t}).$$

Din această ecuație se observă că pentru viteze mici de variație a factorilor perturbatori $f_i'(t)$ și $f_j(t)$, nestabilitatea parametrului de ieșire din buclă tinde la zero.

Expresia pentru eroarea de prelucrare a sistemului devine :

(8)
$$|\Delta y'(t)|_{max} = x(t)[1 - k_r k_0] + k_0 \sum_{i=1}^{n} k_{fi} |\Delta f_i(t)|_{max} - k_0 k_{fi} (|\Delta f_i(t)|_{max} - |\Delta f_i'(t)|_{max}),$$

unde : $|\Delta f_i|_{max}$ — mărimea variației (nestabilității) perturbațiilor fără introducerea regulatorului ; $|\Delta f_i|_{max}$ — mărimea variației perturbațiilor după introducerea regulatorului.

Se poate vedea că mărimea erorilor de prelucrare obținute cu relația (8) este mai mică decît cea obținută cu relația (4).

O astfel de reglare este folosită întotdeauna pentru stabilizarea forțelor de așchiere (ca factori perturbatori în sistemul mașină-unealtă—dispozitiv—sculă—piesă).

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte

Primită la 18 iunie 1977

BIBLIOGRAFIE

1. Kondashewsky V. V., *Vergleichene Analyse verschiedener adaptiven kontrollen Systems.* Werkstatt und Betriebe, *3* (1972).
2. Kondașevski V. V., *Controlul automat al dimensiunilor pieselor în cursul prelucrării* (trad. din l. rusă). Ed. tehn., Buc., 1955.
3. Buda C., *Elemente de reglaj și automatizare.* E.D.P., Buc., 1976.
4. Балакшин Б. С., *Адаптивное управление станками.* Машиностроение, Москва, 1973.
5. Bruja L., Zetu D., *Cercetări teoretice privind introducerea controlului activ la prelucrarea pe mașini-unelte.* În „Fiabilitatea în construcția de mașini", Iași, 1975.

THEORETISCHE FORSCHUNG FÜR DAS WACHSTUM DER GENAUIGKEIT BEI BEARBEITUNG BEI WERKZEUGMASCHINEN

(Zusammenfassung)

Wann die Werkzeugmaschine einen adaptiven Kontrollensystem hat, sie ist als automatische Regelung mit bestimmten dynamischen Eigenschaften verwendet.

Spezifisches mathematisches Gerät benützend, manzeigt den erzeugenden Gewinn in Genauigkeit der Bearbeitung, durch die Einführung des adaptiven Steuerungssystem nach Störungen.

Coli tipo 5

Tiparul executat la Întreprinderea poligrafică
Iaşi, str. Vasile Alecsandri nr. 6,
sub comanda nr. 492
REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

1978 AUG 8

40822